

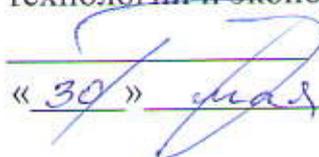


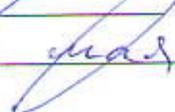
КГЭУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Директор Института цифровых
технологий и экономики

 Э.И. Беляев

« 30 »  2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.12.02 Математический анализ

Направление
подготовки

01.03.04 Прикладная математика

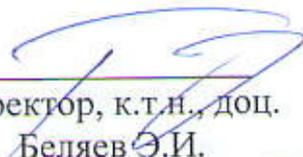
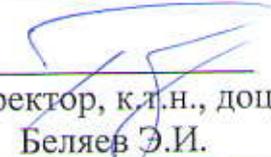
Квалификация

Бакалавр

г. Казань, 2023

Программу разработал(и):

Наименование кафедры	Должность, уч.степень, уч.звание	ФИО разработчика
ВМ	Проф., д.ф.-м.н., проф.	Григорян С.А.
ВМ	Доц., к.ф.-м.н.	Панкратьева Т.Н.

Согласование	Наименование подразделения	Дата	№ протокола	Подпись
Одобрена	ВМ	15.05.20 23	7	 Зав.каф., д.ф.-м.н., доц. Ситдигов А. С.
Согласована	ЦСМ	19.05.20 23	5	 Зав.каф., к.ф.-м.н., доц. Смирнов Ю. Н.
Согласована	Учебно-методический совет ИЦТЭ	30.05.20 23	7	 Директор, к.т.н., доц. Беляев Э.И.
Одобрена	Ученый совет ИЦТЭ	30.05.20 23	9	 Директор, к.т.н., доц. Беляев Э.И.

1. Цель, задачи и планируемые результаты обучения по дисциплине

(Цель и задачи освоения дисциплины, соответствующие цели ОП)

Целью освоения дисциплины Математический анализ является теоретическое освоение обучающимися основных разделов математического анализа, необходимых для понимания роли математики в профессиональной деятельности; формирования культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения; освоения основных методов дисциплины, применяемых в решении профессиональных задач и научно-исследовательской деятельности.

Задачами дисциплины являются:

получить представление о роли математического анализа в профессиональной деятельности;

познакомить с необходимым понятийным аппаратом дисциплины;

сформировать умения решать типовые задачи основных разделов математического анализа;

получить необходимые знания для самостоятельного изучения специальной литературы;

освоить типовые методы математического исследования прикладных вопросов по специальности;

сформировать умение использовать математический аппарат при решении прикладных задач

Компетенции и индикаторы, формируемые у обучающихся:

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора
ОПК-1 – Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практике	ОПК-1.3 – Обладает навыками применения математического аппарата <i>Знать:</i> Основные понятия и утверждения математического анализа (З); <i>Уметь:</i> Применять методы математического анализа при решении профессиональных задач (У); <i>Владеть:</i> Навыками составления математических моделей, математическими методами решения профессиональных задач (В).

2. Место дисциплины в структуре ОП

Предшествующие дисциплины:

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Последующие дисциплины:

Математические модели и методы,

Теория вероятностей и математическая статистика.

3. Структура и содержание дисциплины

3.1. Структура дисциплины

Для очной формы обучения

Вид учебной работы	Всего ЗЕ	Всего часов	Семестр
			2
ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ	6	216	216
КОНТАКТНАЯ РАБОТА*	-	124	124
АУДИТОРНАЯ РАБОТА	3	108	108
Лекции	1	36	36
Практические (семинарские) занятия	2	72	72
Лабораторные работы	-	-	-
САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ	2	72	72
Проработка учебного материала	2	72	72
Курсовой проект	-	-	-
Курсовая работа	-	-	-
Подготовка к промежуточной аттестации	1	36	36
Промежуточная аттестация:			Э
			-

3.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам и видам занятий

Разделы дисциплины	Всего часов	Распределение трудоемкости по видам учебной работы				Формы и вид контроля	Индексы индикаторов формируемых компетенций
		лекции	лаб. раб.	пр. зан.	сам. раб.		
Раздел 1	15	4		7	4	ТК1	ОПК-1.3 З,У,В
Раздел 2	16	4		8	4	ТК1	ОПК-1.3 З,У,В
Раздел 3	31	8		15	8	ТК2	ОПК-1.3 З,У,В
Раздел 4	26	6		14	6	ТК2	ОПК-1.3 З,У,В
Раздел 5	13	3		7	3	ТК3	ОПК-1.3 З,У,В
Раздел 6	22	5		12	5	ТК3	ОПК-1.3 З,У,В
Раздел 7	21	6		9	6	ТК3	ОПК-1.3 З,У,В
Экзамен	36				36	ОМ	ОПК-1.3 З ОПК-1.3 У ОПК-1.3 В
Итого за 2 семестр	216	36		72	72		
ИТОГО	216	36		72	72		

3.3. Содержание дисциплины

Раздел 1. Введение в математический анализ

Тема 1.1. Множества. Функция.

Множества на числовой оси. Окрестность точки.

Числовая функция, область определения.

Сложная функция, обратная функция.

Основные элементарные функции, их свойства.

Тема 1.2. Числовая и функциональная последовательность

Предел числовой последовательности.

Свойства предела числовой последовательности.

Предел функции. Свойства.

Замечательные пределы и их следствия.

Сравнение бесконечно малых функций.

Тема 1.3 Непрерывность функций

Односторонние пределы. Непрерывность функции.

Классификация точек разрыва функции.

Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Тема 2.1. Производная функции

Производная функции, ее геометрический смысл.

Правила дифференцирования. Дифференциал функции.

Производные основных элементарных функций.

Производная сложной функции, обратной функции.

Производная функции, заданной неявно, параметрически.

Производная сложно-степенной функции.

Производные высших порядков.

Дифференциалы высших порядков.

Тема 2.2. Приложения производной

Основные теоремы о дифференцируемых функциях: Ролля, Лагранжа, Коши.

Правило Лопиталя.

Формула Тейлора.

Исследование функции и построение графиков.

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 3.1. Первообразная, неопределенный интеграл.

Понятие неопределенного интеграла.

Свойства неопределенного интеграла.

Таблица основных неопределенных интегралов.

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

Метод непосредственного интегрирования.

Метод замены переменной.

Метод интегрирования по частям.

Тема 3.3. Интегрирование основных классов элементарных функций

Интегрирование дробно-рациональных функций.

Интегрирование тригонометрических функций.

Интегрирование иррациональных функций.

Тема 3.4. Определенный интеграл

Понятие определенного интеграла, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
Приближенное вычисление определенных интегралов.

Приложения определенного интеграла.

Несобственные интегралы.

Раздел 4. Функции нескольких переменных

Тема 4.1 N-мерное евклидово пространство. Функции нескольких переменных.

N-мерное евклидово пространство. Метрика.

Сжимающие отображения. Теорема о неподвижной точке.

Функции нескольких переменных. Область определения, линии уровня.

Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

Тема 4.2. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных. Приложения частных производных

Частные производные функции нескольких переменных.

Частные производные высших порядков.

Полный дифференциал первого порядка и высших порядков.

Градиент функции. Производная по направлению.

Уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности.

Экстремумы функции нескольких переменных.

Условный экстремум, функция Лагранжа.

Наибольшее и наименьшее значение.

Метод наименьших квадратов.

Метод градиентного спуска.

Раздел 5. Кратные интегралы

Тема 5.1. Двойной интеграл

Понятие двойного интеграла. Свойства двойного интеграла.

Сведение двойного интеграла к повторному.

Вычисление двойного интеграла в полярных координатах.

Приложения двойного интеграла.

Тема 5.2. Тройной интеграл

Свойства и методы вычисления тройного интеграла.

Сферическая и цилиндрическая система координат.

Приложения тройного интеграла.

Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 6.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Основные понятия и определения.

Уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные уравнения первого порядка, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах.

Тема 6.2. Дифференциальные уравнения высших порядков

Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

Линейные однородные дифференциальные уравнения порядка n .

Тема 6.3. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами

Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.

Метод вариации постоянных.

Уравнения с правой частью специального вида.

Раздел 7. Ряды

Тема 7.1. Числовые ряды

Основные понятия. Необходимый признак сходимости числового ряда.

Свойства сходящихся рядов.

Достаточные признаки сходимости знакопостоянных числовых рядов.

Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

Тема 7.2. Степенные ряды.

Функциональные ряды. Область сходимости, равномерная сходимость.

Степенные ряды, интервал сходимости.

Ряды Тейлора и Маклорена.

Разложение функций в степенные ряды.

Приложения степенных рядов.

Тема 7.3. Элементы гармонического анализа.

Ряды Фурье. Интеграл Фурье.

Преобразование Фурье, формула обращения. Свойства преобразования Фурье.

3.4. Тематический план практических занятий

Раздел 1. Введение в математический анализ

Вычисление пределов функций на бесконечности и в конечной точке.

Первый и второй замечательный пределы и их следствия.

Применение эквивалентностей при вычислении пределов.

Односторонние пределы.

Классификация точек разрыва функции.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Правила дифференцирования.

Производная сложной функции.

Логарифмическая производная.

Приближенные вычисления.

Производные высших порядков.

Вычисление пределов с помощью правила Лопиталя.

Нахождение экстремумов функций.

Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на множестве.

Применение производных к исследованию функций и построению графиков.

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям

Интегрирование дробно-рациональных функций.

Интегрирование тригонометрических функций.

Интегрирование иррациональных функций.

Методы вычисления определенного интеграла.

Приложения определенного интеграла к вычислению площадей, объёмов, длины дуги кривой.

Вычисление несобственных интегралов.

Раздел 4. Функции нескольких переменных

Метод сжимающих отображений.

Решение систем линейных уравнений методом последовательных приближений.

Нахождение области определения, линий уровня.

Исследование на непрерывность.

Частные производные функции нескольких переменных.

Полный дифференциал.

Нахождение частных производных функции, заданной неявно.

Градиент, производная по направлению.

Частные производные высших порядков.

Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Экстремумы функции нескольких переменных.

Условный экстремум.

Задачи нахождения наибольшего и наименьшего значений.

Метод наименьших квадратов.

Метод градиентного спуска.

Раздел 5. Кратные интегралы

Вычисление двойного интеграла.

Изменение порядка интегрирования.

Полярные координаты.

Приложения двойного интеграла.

Вычисление тройного интеграла.

Цилиндрическая и сферическая системы координат.

Приложения тройного интеграла.

Раздел 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка (дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные неоднородные, уравнения Бернулли, в полных дифференциалах).

Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

Раздел 7. Ряды

Исследование на сходимость знакопостоянных числовых рядов.

Знакопеременные ряды, признак Лейбница.

Степенные ряды. Нахождение области сходимости степенного ряда.

Разложение функции в степенной ряд.

Разложение функций в тригонометрические ряды Фурье.

3.5. Тематический план лабораторных работ

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

3.6. Курсовой проект /курсовая работа

Данный вид работы не предусмотрен учебным планом.

4. Оценивание результатов обучения

Оценивание результатов обучения по дисциплине осуществляется в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации, проводимых по балльно-рейтинговой системе (БРС).

Шкала оценки результатов обучения по дисциплине:

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Уровень сформированности индикатора компетенции			
			Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий
			от 85 до 100	от 70 до 84	от 55 до 69	от 0 до 54
			Шкала оценивания			
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
			зачтено		не зачтено	
ОПК-1	ОПК-1.3	знать:				
		Основные понятия и утверждения математического анализа	Знает основные понятия и утверждения. Не допускает ошибок	Знает основные понятия и утверждения. Может допустить несколько негрубых ошибок	Плохо знает основные понятия и утверждения, допускает много мелких ошибок	Уровень знаний ниже минимального, допускает грубые ошибки
		уметь:				
		Применять математические методы при решении профессиональных задач	Умеет решать математические задачи, не допускает ошибок	Умеет решать основные математические задачи, допускает небольшие ошибки	Умеет решать типовые математические задачи, допускает много мелких ошибок	При решении типовых задач допускает грубые ошибки
		владеть:				
		Навыками составления математических моделей, математическими методами решения профессиональных задач	Владеет в полном объеме, не допускает ошибок	Владеет навыками в достаточном объеме, допускает мелкие ошибки	Владеет слабо, допускает много ошибок	Не владеет навыками, допускает грубые ошибки

Оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации приведены в Приложении к рабочей программе дисциплины.

Полный комплект заданий и материалов, необходимых для оценивания результатов обучения по дисциплине, хранится на кафедре разработчика.

5.1. Учебно-методическое обеспечение

5.1.1. Основная литература:

1. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Д. Т. Письменный. - 12-е изд. - М. : Айрис-Пресс, 2014. - 608 с. - Текст : непосредственный.

2. Курс высшей математики. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление. Лекции и практикум : учебное пособие / под ред. И. М. Петрушко. - СПб. : Лань, 2005. - 288 с. - Текст : непосредственный.

3. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум : учебное пособие для вузов / под ред. И. М. Петрушко. - 2-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 608 с. - Текст : непосредственный.

4. Курс высшей математики. Кратные интегралы. Векторный анализ. Лекции и практикум : учебное пособие для вузов / И. М. Петрушко, Н. В. Гуличев, Л. Г. Попов, А. Я. Янченко ; под общ. ред. И. М. Петрушко. - 3-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2008. - 320 с. - Текст : непосредственный.

5. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 492 с. — ISBN 978-5-507-46033-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/295943>.

5.1.2. Дополнительная литература:

1. Будаев, В. Д. Математический анализ. Функции одной переменной : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 544 с. — ISBN 978-5-8114-1186-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210800>.

2. Будаев, В. Д. Математический анализ. Функции нескольких переменных : учебник для вузов / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 456 с. — ISBN 978-5-8114-8294-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/174290>.

3. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории : учебное пособие для вузов / А. Ю. Вдовин, Л. В. Михалева, В. М. Мухина [и др.]. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 188 с. — ISBN 978-5-8114-9437-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195419>.

4. Практические занятия по математике (1 семестр) : практикум / сост. Т. И. Афанасьева [и др.]. - Казань : КГЭУ, 2011. - 120 с. - Текст : непосредственный.

5. Практические занятия по математике (2 семестр) : практикум / сост.: З. Х. Закирова, Н. В. Николаева. - Казань : КГЭУ, 2011. - 111 с. - Текст : непосредственный.

6. Высшая математика : практикум. - Казань : КГЭУ.

5.2. Информационное обеспечение

5.2.1. Электронные и интернет-ресурсы

1. Портал "Открытое образование" <http://npoed.ru>
2. Дистанционный курс Математический анализ (09 УГСН) <https://lms.kgeu.ru/course/view.php?id=2471>
3. Дистанционный курс Математический анализ (ЗФО, 09 УГСН) <https://lms.kgeu.ru/course/view.php?id=3275>

5.2.2. Профессиональные базы данных / Информационно-справочные системы

1. Российская национальная библиотека <http://nlr.ru/>
2. Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru/>
4. Национальная электронная библиотека (НЭБ) <https://rusneb.ru/>
5. Научная электронная библиотека <http://www.elibrary.ru/>
6. Образовательный портал <http://www.ucheba.com/>

5.2.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение дисциплины

1. Windows 7 Профессиональная (сертифицированная ФСТЭК) Пользовательская операционная система. "ЗАО ""ТаксНет- Сервис"" №ПО-ЛИЦ 0000/2014 от 27.05.2014 Неискл. право. Бессрочно.
2. Браузер Chrome Система поиска информации в сети интернет. Свободная лицензия Неискл. право. Бессрочно.
3. LMS Moodle ПО для эффективного онлайн- взаимодействия преподавателя и студента Свободная лицензия Неискл. право. Бессрочно.
4. Adobe Flash Player Подключаемый модуль для браузера и среды выполнения веб –приложений Свободная лицензия Неискл. право. Бессрочно.
5. Office Professional Plus 2007 Windows32 Russian DiskKit MVL CD Пакет программных продуктов, содержащий в себе необходимые офисные программы. ЗАО "СофтЛайнТрейд" №225/10 от 28.01.2010 Неискл. право. Бессрочно.
6. Office Standard 2007 Russian OLP NL AcademicEdition+ Пакет программных продуктов, содержащий в себе необходимые офисные программы. ЗАО "СофтЛайнТрейд" №21/2010 от 04.05.2010 Неискл. право. Бессрочно.

6. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование вида учебной работы	Наименование учебной аудитории, специализированной лаборатории	Перечень необходимого оборудования и технических средств обучения
Лекции	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения, служащие для представления учебной информации большой аудитории (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), демонстрационное оборудование, учебно-наглядные пособия
Практические занятия	Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Специализированная учебная мебель, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран) и др.
Самостоятельная работа	Компьютерный класс с выходом в Интернет В-600а	Специализированная учебная мебель на 30 посадочных мест, 30 компьютеров, технические средства обучения (мультимедийный проектор, компьютер (ноутбук), экран), видеокамеры, программное обеспечение
	Читальный зал библиотеки	Специализированная мебель, компьютерная техника с возможностью выхода в Интернет и обеспечением доступа в ЭИОС, экран, мультимедийный проектор, программное обеспечение

7. Особенности организации образовательной деятельности для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Лица с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) и инвалиды имеют возможность беспрепятственно перемещаться из одного учебно-лабораторного корпуса в другой, подняться на все этажи учебно-лабораторных корпусов, заниматься в учебных и иных помещениях с учетом особенностей психофизического развития и состояния здоровья.

Для обучения лиц с ОВЗ и инвалидов, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, обеспечены условия беспрепятственного доступа во все учебные помещения. Информация о специальных условиях, созданных для обучающихся с ОВЗ и инвалидов, размещена на сайте университета www//kgeu.ru. Имеется возможность оказания технической помощи ассистентом, а также услуг сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушенным слухом справочного, учебного материала по дисциплине обеспечиваются следующие условия:

- для лучшей ориентации в аудитории, применяются сигналы оповещения

о начале и конце занятия (слово «звонок» пишется на доске);

- внимание слабослышащего обучающегося привлекается педагогом жестом (на плечо кладется рука, осуществляется нерезкое похлопывание);

- разговаривая с обучающимся, педагогический работник смотрит на него, говорит ясно, короткими предложениями, обеспечивая возможность чтения по губам.

Компенсация затруднений речевого и интеллектуального развития слабослышащих обучающихся проводится путем:

- использования схем, диаграмм, рисунков, компьютерных презентаций с гиперссылками, комментирующими отдельные компоненты изображения;

- регулярного применения упражнений на графическое выделение существенных признаков предметов и явлений;

- обеспечения возможности для обучающегося получить адресную консультацию по электронной почте по мере необходимости.

Для адаптации к восприятию лицами с ОВЗ и инвалидами с нарушениями зрения справочного, учебного, просветительского материала, предусмотренного образовательной программой по выбранному направлению подготовки, обеспечиваются следующие условия:

- ведется адаптация официального сайта в сети Интернет с учетом особых потребностей инвалидов по зрению, обеспечивается наличие крупношрифтовой справочной информации о расписании учебных занятий;

- педагогический работник, его собеседник (при необходимости), присутствующие на занятии, представляются обучающимся, при этом каждый раз называется тот, к кому педагогический работник обращается;

- действия, жесты, перемещения педагогического работника коротко и ясно комментируются;

- печатная информация предоставляется крупным шрифтом (от 18 пунктов), тотально озвучивается;

- обеспечивается необходимый уровень освещенности помещений;

- предоставляется возможность использовать компьютеры во время занятий и право записи объяснений на диктофон (по желанию обучающихся).

Форма проведения текущей и промежуточной аттестации для обучающихся с ОВЗ и инвалидов определяется педагогическим работником в соответствии с учебным планом. При необходимости обучающемуся с ОВЗ, инвалиду с учетом их индивидуальных психофизических особенностей дается возможность пройти промежуточную аттестацию устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п., либо предоставляется дополнительное время для подготовки ответа.

8. Методические рекомендации для преподавателей по организации воспитательной работы с обучающимися.

Методическое обеспечение процесса воспитания обучающихся выступает одним из определяющих факторов высокого качества образования. Преподаватель вуза, демонстрируя высокий профессионализм, эрудицию, четкую гражданскую позицию, самодисциплину, творческий подход в решении

профессиональных задач, в ходе образовательного процесса способствует формированию гармоничной личности.

При реализации дисциплины преподаватель может использовать следующие методы воспитательной работы:

- методы формирования сознания личности (беседа, диспут, внушение, инструктаж, контроль, объяснение, пример, самоконтроль, рассказ, совет, убеждение и др.);

- методы организации деятельности и формирования опыта поведения (задание, общественное мнение, педагогическое требование, поручение, приучение, создание воспитывающих ситуаций, тренинг, упражнение, и др.);

- методы мотивации деятельности и поведения (одобрение, поощрение социальной активности, порицание, создание ситуаций успеха, создание ситуаций для эмоционально-нравственных переживаний, соревнование и др.)

При реализации дисциплины преподаватель должен учитывать следующие направления воспитательной деятельности:

Гражданское и патриотическое воспитание:

- формирование у обучающихся целостного мировоззрения, российской идентичности, уважения к своей семье, обществу, государству, принятым в семье и обществе духовно-нравственным и социокультурным ценностям, к национальному, культурному и историческому наследию, формирование стремления к его сохранению и развитию;

- формирование у обучающихся активной гражданской позиции, основанной на традиционных культурных, духовных и нравственных ценностях российского общества, для повышения способности ответственно реализовывать свои конституционные права и обязанности;

- развитие правовой и политической культуры обучающихся, расширение конструктивного участия в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах самоорганизации, самоуправления, общественно-значимой деятельности;

- формирование мотивов, нравственных и смысловых установок личности, позволяющих противостоять экстремизму, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам, межэтнической и межконфессиональной нетерпимости, другим негативным социальным явлениям.

Духовно-нравственное воспитание:

- воспитание чувства достоинства, чести и честности, совестливости, уважения к родителям, учителям, людям старшего поколения;

- формирование принципов коллективизма и солидарности, духа милосердия и сострадания, привычки заботиться о людях, находящихся в трудной жизненной ситуации;

- формирование солидарности и чувства социальной ответственности по отношению к людям с ограниченными возможностями здоровья, преодоление психологических барьеров по отношению к людям с ограниченными возможностями;

- формирование эмоционально насыщенного и духовно возвышенного

отношения к миру, способности и умения передавать другим свой эстетический опыт.

Культурно-просветительское воспитание:

- формирование эстетической картины мира;

- формирование уважения к культурным ценностям родного города, края, страны;

- повышение познавательной активности обучающихся.

Научно-образовательное воспитание:

- формирование у обучающихся научного мировоззрения;

- формирование умения получать знания;

- формирование навыков анализа и синтеза информации, в том числе в профессиональной области.

Вносимые изменения и утверждения на новый учебный год

№ п/п	№ раздела внесения изменений	Дата внесения изменений	Содержание изменений	«Согласовано» Зав. каф. реализующей дисциплину	«Согласовано» председатель УМК института (факультета), в состав которого входит выпускающая
1	2	3	4	5	6
1					
2					
3					

*Приложение к рабочей
программе дисциплины*



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
по дисциплине**

Б1.О.12.02 Математический анализ

(Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Квалификация

Бакалавр

г. Казань, 2023

2. Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации

Шкала оценки результатов обучения по дисциплине:

Код компетенции	Код индикатора компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине	Уровень сформированности индикатора компетенции			
			Высокий	Средний	Ниже среднего	Низкий
			от 85 до 100	от 70 до 84	от 55 до 69	от 0 до 54
			Шкала оценивания			
			отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
			зачтено		не зачтено	
ОПК-1	ОПК-1.3	знать:				
		Основные понятия и утверждения математического анализа	Знает основные понятия и утверждения. Не допускает ошибок	Знает основные понятия и утверждения. Может допустить несколько негрубых ошибок	Плохо знает основные понятия и утверждения, допускает много мелких ошибок	Уровень знаний ниже минимального, допускает грубые ошибки
		уметь:				
		Применять математические методы при решении профессиональных задач	Умеет решать математические задачи, не допускает ошибок	Умеет решать основные математические задачи, допускает небольшие ошибки	Умеет решать типовые математические задачи, допускает много мелких ошибок	При решении типовых задач допускает грубые ошибки
		владеть:				
		Навыками составления математических моделей, математическими методами решения профессиональных задач	Владеет в полном объеме, не допускает ошибок	Владеет навыками в достаточном объеме, допускает мелкие ошибки	Владеет слабо, допускает много ошибок	Не владеет навыками, допускает грубые ошибки

Оценка **«отлично»** выставляется на экзамене за ответы на вопросы билета, если обучающийся полно и аргументировано отвечает по содержанию задания; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, самостоятельно решить предложенные задания, требующие дополнительного анализа и поиска нужных свойств и правил; излагает материал последовательно и правильно;

Оценка **«хорошо»** выставляется на экзамене за ответы на вопросы билета, если обучающийся дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1-2 ошибки.

Оценка **«удовлетворительно»** выставляется за выполнение контрольных работ, тестовых заданий и коллоквиума в течение семестра;

Оценка **«неудовлетворительно»** выставляется за слабое и неполное выполнение контрольных работ, тестовых заданий и коллоквиума в течение семестра.

3. Перечень оценочных средств

Краткая характеристика оценочных средств, используемых при текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающегося по дисциплине:

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Описание оценочного средства
Контрольная работа (КнТР)	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
Коллоквиум (К)	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися	Вопросы по темам / разделам дисциплины
Тест (Тест)	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося	Комплект тестовых заданий

4. Перечень контрольных заданий или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины

Пример задания

Для текущего контроля ТК1:

Проверяемая компетенция: ОПК-1.3

Контрольная работа по Разделу 1. Введение в математический анализ и Разделу 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Вариант 1

1. Найти пределы: а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n+1} \right)^{3n-7}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{25+x}-5}{x^2}$
2. Найти производную функции $y = \frac{1}{24}(x^2+8)\sqrt{x^2-4} + \frac{x^4}{16} \arcsin \frac{2}{x}$.
3. Найти производную сложно степенной функции $y = (\arctg x)^{(1/2) \ln \arctg x}$.
4. Найти y'_x, y''_{xx} $x = t \cos t, y = t \sin t$
5. Найти y''_{xx} $xy - \sin \frac{x}{y} = 5$
6. Применяя правило Лопиталю, найти $\lim_{x \rightarrow 3+0} \frac{\cos x \ln(x-3)}{\ln(e^x - e^3)}$
7. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{e^x}{(x-1)^2}$
8. u - функция, зависящая от x , найти $d^2 y$, если $y = u^3$

Вариант 2

1. Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{\ln(1+6x^2)}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{16+x}-4}{x^2}$
2. Найти производную функции $y = \frac{4x+1}{16x^2+8x+3} + \frac{1}{\sqrt{2}} \arctg \frac{4x+1}{\sqrt{2}}$.
3. Найти производную сложно степенной функции $y = (\sin \sqrt{x})^{\ln \sin \sqrt{x}}$.
4. Найти y'_x, y''_{xx} $x = 3^t, y = \ln 2t$
5. Найти y''_{xx} $x^2 y - \cos(x-y) = 6$
6. Применяя правило Лопиталю, найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(\pi/2 - \arctg x)}$
7. Исследовать функцию на непрерывность $y = \frac{2^{\frac{1}{x-3}}}{(x+1)^3}$
8. u - функция, зависящая от x , найти $d^2 y$, если $y = \frac{1}{u}$

Пример задания

Для текущего контроля ТК2:

Проверяемая компетенция: ОПК-1.3

Контрольная работа по Разделу 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Вариант 1

1. Вычислите интеграл $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$.

2. Вычислите интеграл $\int \frac{x^3 + x + 3}{(x^2 + x + 1)(x + 1)} dx$.

3. Вычислите интеграл $\int \frac{dx}{\sin x(1 - \sin x)}$.

4. Вычислите площадь области, ограниченной графиками функций:

$$y = 32 - x^2, \quad y = -4x.$$

5. Вычислите длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 4(\cos t + t \sin t), \\ y = 4(\sin t - t \cos t), \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq 2.$$

Вариант 2

1. Вычислите интеграл $\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^3} dx$.

2. Вычислите интеграл $\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-4x-7}} dx$

3. Вычислите интеграл $\int \frac{dx}{5+3\cos x}$.

4. Вычислите площадь области, ограниченной графиками функций:

$$y = 32 - x^2, \quad y = -4x.$$

5. Вычислите длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 5(\cos t - t \sin t), \\ y = 5(\sin t + t \cos t), \end{cases}$$

$$0 \leq t \leq 3.$$

Контрольная работа по Разделу 4. Функции нескольких переменных

Вариант 1

1. Найти частные производные 1-го порядка функции $z = \sqrt[3]{\cos(3x-9y)}$.

2. Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к поверхности в указанной точке: $\cos(xz) + z^2y + zx - 2 = 0$, $M(0,1,-1)$

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = 5^x(y^2 - 4)$; $x = 3u - 4v$; $y = 2uv$

4. Найти дифференциалы первого и второго порядков: $z = x^4 + 3xy^4 - 2\sqrt{y}$

- Исследовать функцию на экстремум: $z = -x^2y + xy^2 + 4xy$
- Найти наиб. и наим. значение ϕ -ии в D ; $z = 1 + x + 2y$, $D: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$

Вариант 2

- Найти частные производные 1-го порядка функции $z = \sqrt{x^2y + 3xy^2}$.
- Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к поверхности в указанной точке: $ze^y + xe^z - e^{xy} = 0$, $M(1,0,0)$.
- Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$, если $z = 7x^3 + 4y^2$; $x = 6uv$; $y = 2u + 8v$
- Найти дифференциалы первого и второго порядков: $z = x^3 + 3\sqrt{xy^2} - 2y^5$
- Исследовать функцию на экстремум: $z = 2x^2y - xy^2 + 3xy$
- Найти точки условного экстремума $z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, $x + y = 2$

Пример задания

Для текущего контроля ТКЗ:

Проверяемая компетенция: ОПК-1.3

Контрольная работа по Разделу 5. Кратные интегралы и Разделу 6.

Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Вариант 1.

- Вычислите двойной интеграл по области D :

$$\iint_D x dx dy, \quad \partial D: x = 4, y = 2\sqrt{x}, y = \frac{2}{x};$$

- Вычислите двойной интеграл по области D :

$$\iint_D e^{-x^2-y^2} dx dy, \quad \partial D: x^2 + y^2 = 16;$$

- Решите дифференциальное уравнение: $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y$.
- Решить ДУ I порядка: $(3 + e^x)yy' = e^x$.
- Найти общее решение ДУ II порядка: $y'' - 2y' - 3y = xe^{2x}$

Вариант 2.

- Вычислите двойной интеграл по области D :

$$\iint_D (x - y) dx dy, \quad \partial D: y = 2x - 1, y = 2 - x^2;$$

- Вычислите двойной интеграл по области D :

$$\iint_D x dx dy, \quad \partial D: y = x, \quad x = 0, y^2 - 6y + x^2 = 0;$$

- Решите дифференциальное уравнение: $y^{(4)} = \cos x + 2x$.

4. Найти частное решение ДУ I порядка: $y' - y = 2xy^2$, $y(0) = \frac{1}{2}$.
5. Найти общее решение ДУ II порядка: $y'' - 4y = e^{(-2x)}$

Тест по Разделу 7 Ряды

1. Определите второй член ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$.

$\frac{2}{5}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{2}{25}$ $\frac{5}{32}$ $\frac{2}{32}$

2. Определите частичную сумму S_3 ряда $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots$

$\frac{1}{16}$ $\frac{21}{16}$ $\frac{3}{20}$ $\frac{1}{64}$

3. Для геометрического ряда $1 + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} + \frac{64}{27} + \dots$ определите знаменатель q .

$\frac{12}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{64}{27}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{2^n}{3^n}$

4. Запишите формулу общего члена числового ряда $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \frac{8}{9} + \dots$

$\frac{n+2}{n+3}$ $\frac{2n}{2n+1}$ $\frac{2n}{2n-1}$ $\frac{n}{2n-1}$

5. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n}$ равен:

1 4 0,25 0 ∞

6. С помощью признака Даламбера определяем сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{n+1}}$. Тогда

u_{n+1} равен:

$\frac{(n+1)!}{3^{n+1}}$ $\frac{n!}{3^{n+2}}$ $\frac{n!(n+1)}{3^{(n+1)(n+1)}}$ $\frac{(n+1)!}{3^{n+1}}$ $\frac{n!+1}{3^{n+1}+1}$

7. Укажите, какой из приведенных рядов является функциональным.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nx}}{n^2}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3+2)^n}{n^2 5^n}$ $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-5} \right)^n$

8. Ряд Маклорена получается из ряда Тейлора

- при $x_0 = 1$;
- при $x_0 = -1$;
- при $x_0 = 0$;
- при $x_0 = n$.

9. Из данных рядов выберите сходящиеся.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi^n}{5^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 5^n$$

10. Разложением функции $y = e^{-x^2}$ в ряд Маклорена является.

$$2 - x^3 + \frac{x^5}{3} + \dots$$

$$e + e^2 - e^3 + e^4 - e^5 + \dots$$

$$\frac{2}{e} - \frac{4}{e^2} + \frac{8}{e^4} - \frac{16}{e^8} + \dots$$

$$1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \dots$$

Вопросы для коллоквиума по Разделам 1-7

Раздел 1.

1. Дайте определение четной и нечетной функции. Дайте определение возрастающей и убывающей функции.
2. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.
3. Эквивалентные бесконечно малые функции: определение, основные эквивалентности.
4. Запишите формулу первого замечательного предела.
5. Сформулируйте второй замечательный предел.
6. Как задаются односторонние пределы?
7. Дайте определение непрерывной функции в точке.
8. Какие виды точек разрыва вы знаете?
9. Приведите формулы для вычисления производной суммы, разности, произведения, частного двух функций.
10. Производная сложной функций.
11. Производные основных элементарных функций:
 $\sin x, \cos x, \operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x, \log_a x, a^x, x^n, \arcsin x, \arccos x, \operatorname{arctg} x, \operatorname{arctg} x$.
12. Логарифмическое дифференцирование.
13. Как вычисляются производные высших порядков функции?
14. Сформулируйте правило Лопиталя.
15. Приведите необходимое и достаточное условия возрастания и убывания функции.
16. Сформулируйте необходимое условие экстремума, достаточное условие экстремума функции в точке.
17. Выпуклость, точки перегиба.
18. Приведите формулы для нахождения асимптот графика функции (наклонных, вертикальных).
19. Что такое первообразная? Неопределенный интеграл?
20. Запишите формулу интегрирования по частям.

21. Приведите правило интегрирования дробно-рациональных функций.
22. Методы интегрирования тригонометрических функций.
23. Методы интегрирования иррациональных функций.
24. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.
25. Запишите формулу интегрирования по частям для определенного интеграла.
26. Какие Вы знаете приложения определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур и длины дуги кривой?

Раздел 2

1. Дайте определение сжимающего отображения.
2. Сформулируйте теорему о неподвижной точке.
3. Приведите правило вычисления частных производных первого порядка.
4. Запишите формулу полного дифференциала первого порядка.
5. Запишите формулы для нахождения частных производных функции, заданной неявно.
6. Дайте определения градиента функции нескольких переменных.
7. Правило вычисления частных производных высших порядков.
8. Правило отыскания экстремумов функций двух переменных.
9. В чем заключается метод наименьших квадратов?
10. В чем заключается метод градиентного спуска?

Раздел 3.

1. Как перейти от двойного интеграла к повторному?
2. Запишите формулы перехода от прямоугольных координат к полярным при вычислении двойного интеграла. В каких случаях удобно вычислять двойной интеграл в полярных координатах?
3. Как перейти от тройного интеграла к повторному? Как расставить пределы интегрирования?
4. Запишите формулы перехода к цилиндрическим координатам, к сферическим координатам.
5. Какие приложения двойных и тройных интегралов вы знаете?

Раздел 4.

1. Как определить порядок дифференциального уравнения?
2. Что такое задача Коши?
3. Как решаются дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными?
4. Как определить однородное дифференциальное уравнение первого порядка?
5. Опишите метод решения однородного ДУ.
6. Запишите канонический вид линейного ДУ первого порядка.
7. Опишите методы решения линейного ДУ первого порядка.
8. Как определить уравнение в полных дифференциалах?
9. Как составить характеристическое уравнение для линейного однородного ДУ второго порядка?

10. Правило отыскания общего решения ЛОДУ II порядка с постоянными коэффициентами.
11. Опишите структуру общего решения линейного неоднородного ДУ второго порядка.
12. Опишите метод вариации постоянных нахождения частного решения.
13. Опишите метод нахождения частного решения дифференциального уравнения с правой частью специального вида.

Раздел 5. Ряды.

1. Как найти общий член числового ряда?
2. Какой ряд называется сходящимся? Чему равна сумма ряда?
3. Обобщенный гармонический ряд. Как выглядит, в каких случаях сходится?
4. Геометрическая прогрессия. В каких случаях данный ряд сходится?
5. Необходимый признак сходимости числового ряда.
6. Перечислите достаточные признаки сходимости числовых знакостоянных рядов.
7. Сформулируйте признак абсолютной сходимости знакопеременных числовых рядов.
8. Сформулируйте признак Лейбница.
9. Запишите формулы для вычисления радиуса сходимости и интервала сходимости степенного ряда.
10. Запишите ряд Тейлора, ряд Маклорена.
11. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена $(\sin x, \cos x, \ln(1+x), e^x, \arctg x, (1+x)^m, \frac{1}{1-x}, \frac{1}{1+x}, \frac{1}{1+x^2})$.

Для промежуточной аттестации:

Теоретические вопросы к экзамену по дисциплине

Предел функции

Предел функции в точке: определение и свойства. Первый замечательный предел (вывод формулы). Второй замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые функции: определение, основные эквивалентности.

Производная функции

Определение производной, ее геометрический смысл. Формулы для вычисления производной суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции. *Производные основных элементарных функций* (знать наизусть!). Вывод формул для вычисления производных следующих функций: $x^n, \cos x, \sin x, a^x$. Производная функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование.

Приложения производной. Исследование функций при помощи производных

Возрастание и убывание функции, необходимое и достаточное условия. Экстремумы функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума функции в точке. Выпуклость, точки перегиба.

Неопределенный интеграл

Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Формула интегрирования по частям. *Таблица интегралов.*

Определенный интеграл

Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл (площадь криволинейной трапеции). Формула Ньютона – Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.

Функции нескольких переменных (ФНП)

Определение ФНП. Частные производные первого порядка, правило вычисления. Частные производные высших порядков. Полный дифференциал первого и второго порядков. Дифференцирование неявной функции. Экстремумы функций двух переменных. Необходимое условие экстремума (формулировка), достаточное условие экстремума (формулировка). Градиент, производная по направлению.

Дифференциальные уравнения

Общий вид, общее решение, общий интеграл. Частное решение. Задача Коши. *ДУ первого порядка:* с разделяющимися переменными, однородные, линейные, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах (канонический вид, методы решения каждого типа уравнений).

Линейные однородные дифференциальные уравнения II порядка. Структура общего решения ЛОДУ II порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, вид общего решения для каждого из случаев ($D > 0$, $D = 0$, $D < 0$). Общий вид линейного неоднородного ДУ II порядка. Структура общего решения ЛНДУ II порядка. Метод вариации постоянных отыскания частного решения ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. Решение ЛНДУ второго порядка с правой частью специального вида. Теорема о наложении решений.

Ряды

Числовые ряды. Основные понятия: определение числового ряда, общий член числового ряда, частичная сумма. Определение сходящегося и расходящегося ряда. Примеры: обобщенный гармонический ряд, геометрическая прогрессия. Необходимый признак сходимости числового ряда. Достаточные признаки сходимости числовых знакопостоянных рядов.

Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Абсолютно сходящиеся и условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов (признак абсолютной сходимости).

Степенные ряды. Интервал сходимости, радиус сходимости. Ряд Тейлора, ряд Маклорена.

Структура билета

1. Теоретический вопрос на знание определений и свойств (10 баллов);
2. Теоретический вопрос на доказательство теоремы либо вывод формулы (15 баллов);
3. Практическое задание по темам
 - **Дифференцирование функции одной переменной, приложения производной;**
 - **Интегрирование функций одной переменной;**
 - **Дифференциальные уравнения (10 баллов);**
4. Практическое задание по темам
 - **Функции нескольких переменных**
 - **Кратные интегралы**
 - **Степенные ряды (10 баллов).**

Экзамен проходит в письменном виде, на ответ по билету отводится 40 минут. На теоретические вопросы необходимо дать развернутый ответ.

Максимальное количество баллов за экзамен – 45.

Итоговая оценка выставляется по сумме баллов за семестр и экзамен.

55-69 баллов – удовлетворительно; 70-84 балла – хорошо; 85-100 баллов – отлично.

Типовые задачи к экзамену по дисциплине

Задание 3

3.1. Дифференцирование функции одной переменной, приложения производной

1. Применяя логарифмическое дифференцирование, вычислите производную

а) $y = (\sin x)^{e^x}$; б) $y = (\sin \sqrt{x})^{\ln \sin \sqrt{x}}$

2. Вычислите производную функции $y = \frac{\sqrt{1+x^8}}{x^{12} + e^x}$.

3. Найдите производную функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = \operatorname{ctg}(2e^t), \\ y = \ln(\operatorname{tge}^t). \end{cases}$

4. Найдите производную указанного порядка:

а) $y = (5x-8) \cdot 2^{-x}$, $y'' = ?$

б) $y = e^{-x} \cdot (\cos 2x - 3 \sin 2x)$, $y''' = ?$

5. Найдите интервалы монотонности и экстремумы функции:

а) $y = (x-2)e^{3-x}$; б) $y = \ln\left(\frac{x}{x+2}\right) + 1$.

6. Используя правило Лопиталья найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(\pi/2 - \operatorname{arctg}x)}$.

3.2. Интегрирование функций одной переменной

1. Вычислите неопределенный интеграл:

а) $\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-4x-7}} dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+\sqrt{x}}}$; в) $\int \cos(\ln x) dx$;

г) $\int x^3 \log_4 x dx$; д) $\int \frac{dx}{5+3\cos x}$;

е) $\int \frac{2x^2-1}{x(x^2-5x+6)} dx$; ж) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$.

2. Вычислите определенный интеграл:

а) $\int_0^2 \frac{dx}{(4+x^2)\sqrt{4+x^2}}$; б) $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^4} dx$.

3.3. Дифференциальные уравнения

1. Найдите общее решение дифференциального уравнения 1го порядка:

а) $(1+x)ydx + xdy = 0$; б) $2xdx - 2ydy = yx^2 dy - 2xy^2 dx$;

$$в) xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y; \quad г) y' = \frac{x + 5y - 6}{7x - y - 6};$$

$$д) xy' + y = xy^2; \quad е) (\ln x + y^2)dx + (2xy - \ln y)dy = 0.$$

3. Найдите решение задачи Коши $y' - \frac{y}{x} = x^2, \quad y(1) = 0$.

4. Найдите общее решение дифференциального уравнения 2го порядка:

$$а) y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 4x; \quad б) y'' + 2y' = 4e^x x(\sin x + \cos x);$$

$$в) 1 + (y')^2 = 2yy''$$

Задание 4.

4.1. Функции нескольких переменных

1. Найдите частные производные второго порядка функции:

$$z = x^2 \cos y + y^2 \cos x - 2xy - 3.$$

2. Найдите полный дифференциал первого порядка функции:

$$z = \ln(x^2 y + 3xy^2).$$

3. Найдите частные производные функции, заданной неявно:

$$z = xy \sin(x - 2y + z).$$

4. Найдите производную функции $u = f(x, y, z)$ в точке M_0 по направлению вектора \vec{a} и градиент функции в точке M_0 :

$$u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}, M_0(3; -4; 5);$$

5. Найдите экстремумы функции нескольких переменных $z = -x^2 y + xy^2 + 4xy$.

4.2. Кратные интегралы

1. Вычислите двойной интеграл по области D:

$$а) \iint_D xy^2 dx dy, \quad D: y = x^2, y = 2x;$$

$$в) \iint_D (x - y) dx dy, \quad \partial D: y = 2x - 1, y = 1, x = 0$$

г) Найдите площадь области, ограниченной графиками:

$$y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}, y = \sqrt{3}x.$$

2. Вычислите интеграл, перейдя к полярным координатам:

а) $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$, $\partial D: x^2 + y^2 = 16, x \geq 0, y \geq 0$;

б) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dy$;

в) $\iint_D x dx dy$, $\partial D: y = x, x = 0, y^2 - 6y + x^2 = 0$.

4.3. Ряды

1. Исследовать ряд на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-5}\right)^n$ в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$ с) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{n(n+1)(n^2 + 4)}$

2. Исследовать ряд на абсолютную или условную сходимость:

а) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^2(n)}$. в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^3(n+1)}$

3. Найти область сходимости ряда;

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{(n+2)3^n}$. в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3}{2n+3} (x+3)^{2n}$.

4. Разложить функцию в ряд:

а) $f(x) = \ln(x-4)$ по степеням $(x+2)$;

в) $f(x) = e^{x^2-2x+3}$ по степеням $(x-1)$;

с) $f(x) = \sin(x+1)$ по степеням $(x+2)$.