

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Казанский государственный энергетический университет»



На правах рукописи

Малёв Николай Анатольевич

**МЕТОД АВТОМАТИЗИРОВАННОГО  
МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА И КОНТРОЛЯ  
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ  
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ГРАДИЕНТНОГО  
АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ**

05.09.01 – Электромеханика и электрические аппараты

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:  
кандидат технических наук,  
доцент Погодицкий Олег Владиславович

Казань – 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1. Математические модели электромеханических преобразователей в задачах анализа и контроля параметров .....	12
1.1. Обзор методов анализа и контроля параметров электромеханических преобразователей.....	12
1.2. Основы электромеханического преобразования энергии объектах исследования.....	19
1.3. Электромеханическое преобразование энергии в двигателе постоянного тока.....	27
1.4. Электромеханическое преобразование энергии в асинхронном двигателе .....	31
1.5. Электромеханическое преобразование энергии в вентильном двигателе.....	34
2. Параметры электромеханических преобразователей и их влияние на динамические характеристики .....	37
2.1. Общие положения.....	37
2.2. Анализ динамических характеристик асинхронного электромеханического преобразователя при нестабильных параметрах .....	39
2.2.1. Анализ влияния вариаций параметров асинхронного электромеханического преобразователя на динамические характеристики .....	39
2.2.2. Исследование динамических характеристик асинхронного электромеханического преобразователя при изменяющихся параметрах нагрузки.....	46

2.3.	Анализ динамических характеристик вентильного двигателя при нестабильных параметрах .....	58
2.4.	Анализ динамических характеристик двигателя постоянного тока независимого возбуждения при нестабильных параметрах.....	70
2.5.	Обоснование выбора двигателя постоянного тока в качестве объекта экспериментального исследования .....	73
3.	Анализ и исследование динамических свойств электромеханических преобразователей с применением теории чувствительности.....	77
3.1.	Общие уравнения чувствительности .....	77
3.2.	Моделирование и анализ уравнений чувствительности двигателя постоянного тока независимого возбуждения.....	85
3.3.	Моделирование и анализ уравнений чувствительности асинхронного электромеханического преобразователя .....	94
3.4.	Моделирование и анализ уравнений чувствительности вентильного электромеханического преобразователя .....	108
4.	Экспериментально-аналитические исследования электромеханических преобразователей с применением метода автоматизированного многопараметрического анализа на основе градиентного алгоритма оценки параметров .....	126
4.1.	Метод многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей .....	126
4.2.	Выбор экспериментальной установки для многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей.....	134
4.2.1.	Исследование двигателя постоянного тока типа 4ПБ112М2Г с применением программной среды Labview .....	135
4.2.2.	Исследование двигателя постоянного тока типа PIVT-6-25/3A с применением платформы Arduino Nano и сравнение двух экспериментальных установок .....	151

4.3. Анализ нестабильных параметров и контроль функционирования двигателя постоянного тока типа РИVT-6-25/3А с применением $Q$ -таблиц и $\chi$ -зависимостей.....	162
4.3.1. Дискретное представление метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей постоянного тока .....	162
4.3.2. Формирование $Q$ -таблиц и $\chi$ -зависимостей двигателя постоянного тока типа РИVT-6-25/3А .....	165
Заключение .....	182
Список использованных источников .....	184
Приложения .....	198

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность.** К современным технологическим процессам, связанным с электромеханическим преобразованием энергии, предъявляются высокие требования по надежности и качеству функционирования электромеханических преобразователей (ЭМП), используемых в различных сферах промышленности. Необходимое качество функционирования ЭМП в составе рабочих комплексов обеспечивается за счет повышения требований к процессу их проектирования, а также текущего контроля и анализа нестабильных параметров данных устройств, которые могут существенно отличаться от паспортных или справочных данных. Эти отличия оказывают значительное влияние на статические и динамические режимы работы ЭМП, снижая показатели качества, надежности и энергоэффективности рабочих комплексов. Реализация методов, алгоритмов и программ, обеспечивающих проектирование, контроль и диагностику функционирования электромеханических преобразователей невозможна без применения математических моделей объектов исследования. Под задачей анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей будем понимать определение параметров математических моделей с требуемой точностью в результате обработки экспериментальных данных. Погрешность, с которой определяются параметры, зависит от формы математической модели, точности проведенных экспериментов и особенностей алгоритма, с помощью которого по результатам измерений вычисляются оценки параметров электромеханических преобразователей. Для практических целей необходимо, чтобы погрешность вычисления оценок параметров была не ниже заданной точности измерений. Таким образом, актуальность диссертационного исследования обусловлена тем, что качество функционирования электромеханических преобразователей существенно зависит от параметров электрических машин, точные значения которых необходимы для формирования требуемых установившихся и переходных режимов в процессе эксплуатации ЭМП в составе рабочих комплексов.

Данному научному направлению посвятили ряд работ отечественные и зарубежные ученые: Копылов И.П., Вольдек А.И., Иванов-Смоленский А.В., Гольдберг

О.Д., Башарин А.В., Соколовский Г.Г., Афанасьев А.Ю., Райбман Н.С., Цыпкин Я.З., Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М., Beckert U., Wolfgang A. H., Kertzsch J., Sage A.P., Melsa J.L., Graupe D., Ljung L., Eykhoff P.

Обеспечение необходимой точности оценок параметров при изменениях условий эксплуатации электромеханических преобразователей является одним из важнейших вопросов, направленных на формирование требуемого качества функционирования.

Данное обстоятельство приводит к решению комплекса задач по разработке научно-обоснованного инструментария, позволяющего осуществить анализ нестабильных параметров и контроль функционирования электромеханических преобразователей на этапе опытных испытаний и в процессе эксплуатации в составе рабочих комплексов.

С учетом перечисленных выше факторов, влияющих на функционирование ЭМП, **объектом исследования** являются электрические машины, выполняющие электромеханическое преобразование энергии в составе рабочих комплексов, а **предметом исследования** – методы, алгоритмы и программы, позволяющие осуществить анализ нестабильных параметров и контроль функционирования ЭМП в процессе эксплуатации.

**Целью диссертационной работы** является разработка метода многопараметрического автоматизированного анализа и контроля электромеханических преобразователей на основе градиентного алгоритма вычисления обобщённого интегрального критерия  $Q$ , позволяющего оценить вектор нестабильных параметров  $\chi$  ЭМП в процессе эксплуатации в составе рабочих комплексов.

Для достижения поставленной цели необходимо решить **следующие задачи**:

1. Определение выходных координат ЭМП с применением экспериментальной установки для исследования переходных режимов электромеханических преобразователей с последующим сохранением и статистической обработкой полученных временных зависимостей.

2. Формирование математической модели электромеханического преобразователя на основе экспериментальных данных и оценка статической и динамической погрешностей полученной математической модели.
3. Формирование эталонной модели ЭМП и моделей чувствительности по контролируемым нестабильным параметрам.
4. Вычисление обобщённого интегрального критерия  $Q$  с применением градиентного алгоритма и формирование функционала  $Q(\chi)$  в таблично-графическом виде.
5. Разработка и программная реализация метода многопараметрического анализа и контроля функционирования ЭМП.
6. Проверка работоспособности разработанного метода анализа нестабильных параметров и контроля функционирования ЭМП путем моделирования в среде MatLab Simulink, апробирование метода с применением экспериментальной установки, оценка полученных результатов и выработка рекомендаций по применению метода.

**Методы исследований.** В диссертационной работе применялись положения теории электрических машин, теории обобщённого электромеханического преобразователя, теории чувствительности, теории систем, теории дифференциальных и разностных уравнений, а также методы аппроксимации и сглаживания экспериментальных данных, численные методы решения систем дифференциальных уравнений, метод наименьших квадратов, метод пространства состояний.

**Достоверность и обоснованность** результатов диссертационной работы подтверждается корректным использованием математического аппарата, обоснованностью принятых допущений и адекватностью используемых при исследовании математических моделей, требуемым соответствием результатов теоретических исследований с экспериментальными данными.

**Научная новизна работы** заключается в следующем:

1. Предложен и апробирован на математических моделях обобщённый интегральный критерий  $Q$ , позволяющий оценить степень различия динамических про-

цессов, происходящих в ЭМП при номинальных значениях параметров, и динамических процессов при параметрических возмущениях, и *отличающийся тем*, что интеграл невязки, формируемый на основании данных о разности угловых скоростей вращения электромеханического преобразователя с флуктуацией параметров и эталонной модели ЭМП, дает возможность отображения функционала  $Q(\chi)$  в форме  $Q$ -таблиц и  $\chi$ -зависимостей с последующим получением оценок нестабильных параметров ЭМП.

2. Получены дифференциальные уравнения чувствительности электромеханических преобразователей различных типов, *отличающиеся тем*, что на их основе сформированы векторно-матричные структурные схемы и оригинальные Simulink-модели вычисления функций чувствительности, позволяющие выявить параметры, оказывающие максимальное воздействие на динамические свойства ЭМП, а также наиболее чувствительные к параметрическим возмущениям координаты.

3. Разработан и экспериментально проверен метод многопараметрического автоматизированного анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей на основе градиентного алгоритма вычисления оценок параметров с применением машины постоянного тока, *отличающийся тем*, что эталонная модель и модели чувствительности представлены в дискретной форме; применена цифровая фильтрация сигнала невязки, снижающая уровень шумов; оценки нестабильных параметров – активного сопротивления и индуктивности якорной цепи и момента инерции – вычисляются на основе зависимости вектора нестабильных параметров от обобщенного интегрального критерия с приемлемой в инженерной практике точностью.

#### **Практическая ценность и теоретическая значимость работы:**

1. Разработаны технические решения по совершенствованию методов, алгоритмов и программ, обеспечивающих контроль функционирования электромеханических преобразователей, которые позволяют обеспечить малую чувствительность предложенного метода многопараметрического анализа и контроля ЭМП к наличию шумов и импульсных помех в измерительном канале.

2. Разработанные алгоритмы и программы, составляющие основу метода многопараметрического анализа и контроля функционирования ЭМП с применением градиентного алгоритма вычисления оценок параметров, будут полезны на этапах опытных испытаний, контроля и диагностики электромеханических преобразователей в процессе эксплуатации в составе рабочих комплексов.
3. Полученные научные результаты позволяют расширить теоретическую базу в области разработки подходов, методов, алгоритмов и программ, обеспечивающих анализ и контроль функционирования электромеханических преобразователей.
4. Сформулированы рекомендации по применению метода многопараметрического анализа и контроля функционирования ЭМП, позволяющие обеспечить требуемое качество функционирования ЭМП в процессе эксплуатации в составе рабочих комплексов.

**На защиту выносятся следующие научные положения:**

1. Экспериментально-аналитический алгоритм для анализа динамических свойств ЭМП с применением векторно-матричной модели чувствительности по неустойчивым параметрам  $\chi$  объекта (*п. 3 паспорта специальности*).
2. Метод получения компонентов функционала  $Q(\chi)$  в форме  $Q$ -таблиц и  $\chi$ -зависимостей на основе градиентного алгоритма для реализации многопараметрического контроля функционирования ЭМП с получением оценок неустойчивых параметров (*пп. 3, 5 паспорта специальности*).
3. Алгоритм для автоматизированного анализа неустойчивых параметров и контроля функционирования ЭМП на основе  $z$ -формы и векторно-матричных разностных уравнений эталонной модели объекта и моделей чувствительности (*пп. 3, 5 паспорта специальности*).
4. Метод автоматизированного многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей на этапе эксплуатации в составе рабочих комплексов (*пп. 3, 5 паспорта специальности*).

5. Результаты экспериментального исследования метода многопараметрического автоматизированного анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей с применением машины постоянного тока (*пп. 3, 5 паспорта специальности*).

**Реализация результатов работы.** Результаты диссертационного исследования используются в деятельности электрического цеха Казанской ТЭЦ-1 и ООО «Стэк Мастер» (г. Казань), а также в образовательном процессе ФГБОУ ВО «Казанский государственный энергетический университет» при подготовке магистров по направлениям 12.04.01 «Приборостроение», магистерской программы «Микропроцессорная техника и программное обеспечение измерений» и 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника» магистерской программы «Электроприводы и системы управления электроприводов».

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих научных мероприятиях: XIX международной научно-технической конференции «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика», Москва, МЭИ, 2013; VIII международной молодежной научной конференции «Тинчуринские чтения», г. Казань, КГЭУ, 2013; IX международной молодежной научной конференции «Тинчуринские чтения», г. Казань, КГЭУ, 2014; X Открытой молодежной научно-практической конференции «Диспетчеризация и управление в электроэнергетике», Казань, КГЭУ, 2015; I международной научно-практической конференции «Современные тенденции развития науки и технологий», Белгород, 2015; IX Международной (XX Всероссийской) конференции по автоматизированному электроприводу АЭП-2016, г. Пермь, 2016; III, IV, V Поволжской научно-практической конференции «Приборостроение и автоматизированный электропривод в ТЭК и ЖКХ», г. Казань, 2017, 2018, 2019; Международной научной конференции «Информационные системы и технологии: достижения и перспективы», г. Сумгаит, СГУ, 2018; Международной мультидисциплинарной конференции по промышленному инжинирингу и современным технологиям «Far East Con 2019», г. Владивосток, 2019; Международной научно-технической конференции «Smart Energy Systems 2019» (SES-2019), г. Казань, 18 – 20 сентября, 2019.

**Публикации.** По результатам проведенных исследований опубликовано 22 печатных работы, которые включают в себя учебное пособие с грифом КГЭУ, 7 статей в журналах, входящих в перечень ВАК РФ по специальности 05.09.01 «Электромеханика и электрические аппараты», 2 публикации, индексируемые в реферативной базе SCOPUS, 12 тезисов докладов в материалах конференций различного уровня.

**Личный вклад автора.** Реализация задач исследования, формулировка научной новизны, практической ценности, теоретической значимости, а также научные положения, выносимые на защиту осуществлены самим автором или при его непосредственном участии. В целом общий авторский вклад в работах, выполненных в соавторстве, составляет не менее 70%.

# ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА И КОНТРОЛЯ ПАРАМЕТРОВ

## 1.1. Обзор методов анализа и контроля параметров электромеханических преобразователей

Исследование установившихся и переходных процессов, зависящих от значений параметров электромеханических преобразователей, зачастую имеющих нестабильный характер, а также соответствующее математическое описание этих процессов представляют собой сложную задачу. В этой связи начальные этапы исследования целесообразно направить на обоснованное упрощение объекта с целью получения адекватной математической модели, учитывающей наиболее значимые факторы, влияющие на решение поставленной задачи.

Так, известны способы анализа и контроля параметров ЭМП с применением частотных характеристик [1 – 11]. Метод, представленный в [1], позволяет определить индуктивное сопротивление ротора асинхронного двигателя на основании опыта холостого хода при изменении скорости вращения ротора исследуемой машины посторонним двигателем. Погрешность полученных в результате оценки контролируемого параметра результатов не превышает 7%, однако метод позволяет оценить только один параметр и требует вывода двигателя из работы. Работа [2] посвящена определению сопротивлений обмоток ЭМП с помощью проводимостей путем подачи на статор машины переменного напряжения при неподвижном роторе и регистрации мгновенных значений тока при переходном процессе. Погрешность данного метода сравнительно велика и составляет более 10%. Метод определения параметров ЭМП на основе частотных характеристик с исследованием гармоник мгновенной мощности описан в работе [3] и обладает погрешностью не более 7%, однако для его реализации необходим специализированный источник низкочастотного напряжения либо фиктивный источник для формирования необходимого спектра частот, вводимый в виде математической поправки в баланс

мощностей [4, 5]. Таким образом, частотные методы, как правило, требуют наличия специализированного управляемого источника питания [3, 4, 5], вывода ЭМП из работы, а иногда частичного разбора машины [2], не учитывают влияния на параметры условий эксплуатации, таких как температура, влажность и т.п., а также режима функционирования и, как следствие, обладают сравнительно большой погрешностью [1, 2, 3]. Кроме того, экспериментальное определение частотных характеристик исследуемых ЭМП приводит к усложнению процедуры оценки и снижению быстродействия [6 – 11].

Широкое применение в инженерной практике находят методы, основанные на использовании паспортных данных ЭМП [12 – 21]. Данные методы оценки параметров ЭМП базируются на уравнениях электрического и механического равновесия и находят применение для исследования выпускаемых серийно ЭМП, описываемых приближенными соотношениями [13 – 17]. В работе [19] описан метод определения всех параметров схемы замещения, включая активное сопротивление ветви намагничивания с учетом влияния изменения температуры на величину активных сопротивлений. Однако данный метод применяется только к двигателям малой мощности и работоспособен только при отключенном состоянии исследуемого ЭМП. Методы, представленные в трудах [20, 21], характеризуются сложностью и громоздкостью процедуры вычисления оценок параметров и находят применение для машин мощностью более 30 кВт. Метод, разработанный в [12], позволяет определить параметры всех элементов схемы замещения ЭМП любой мощности, но ограничен серийно выпускаемыми двигателями серии 4А, а погрешность оценок достигает 15%. К общим недостаткам, присущим данной группе методов анализа и контроля параметров ЭМП можно отнести следующие: методы применяются только для общепромышленных серийно выпускаемых машин и не подходят для машин специального исполнения или выпускаемых индивидуально; в целях снижения погрешности оценок параметров необходимо проведение режимов холостого хода и короткого замыкания, что не позволяет производить процедуру оценки в режиме реального времени с высокой точностью.

Также в настоящее время получили распространение методы анализа и контроля параметров ЭМП, базирующиеся на использовании нейронных сетей [22 – 38]. Система оценки параметров, сформированная на основе дифференциальных уравнений относительно потокосцеплений и токов ЭМП, показана в [22]. Однако в работе не описана процедура обучения нейронной сети, что не позволяет адекватно использовать данный метод для оценки параметров. В работе [23] показана система идентификации скорости вращения и момента ЭМП, приведен алгоритм обучения нейронной сети и проведено сравнение системы управления ЭМП на основе разработанного метода и классической замкнутой системы управления. Показано, что система с нейросетью отличается повышенной сложностью и требует существенных вычислительных затрат. Работы [24, 25] посвящены бездатчиковым методам идентификации переменных состояния ЭМП, предназначенным для построения адаптивных систем управления, требуют измерения потокосцепления машины и в этой связи являются сложными и требуют существенных затрат на реализацию. В работе [26] показана нейронная сеть с фильтром Калмана, представляющим собой модель исследуемого двигателя. При этом в нейронную сеть поступает информация как с реальной машины, так и с ее модели и выполняется процедура идентификации координат ЭМП: скорости вращения, электромагнитного момента и магнитного потока ЭМП. Данный метод представляет интерес с точки зрения использования объекта исследования и его модели для оценки параметров исследуемых ЭМП. Работы [27 – 38] под руководством В.К. Вое представляют различные варианты обучения нейронных сетей с обширным ассортиментом способов настройки и обучения и подробными рекомендациями по построению систем контроля и диагностики ЭМП. Однако в перечисленных работах не приводятся значения полученных оценок, не проводится их сравнения с реальными значениями параметров, а сравниваются графики переходных процессов по току и скорости ЭМП, полученными с помощью соответствующих датчиков, с модельными графиками переходных процессов, полученных при моделировании ЭМП с вычисленными оценками параметров. Следует отметить, что предложенная группой португальских ученых идея

идентификации [26] с применением как самого объекта исследования, так и его модели, взята на вооружение при реализации метода, разработанного в настоящей работе. Тем не менее, нейросетевые методы анализа и контроля параметров ЭМП обладают следующими недостатками: методы направлены главным образом на идентификацию вектора состояния ЭМП и предназначены для построения адаптивных систем [25, 26] и бездатчиковых электроприводов [27]; для реализации перечисленных методов необходимы существенные временные интервалы процедуры анализа и контроля параметров, большие вычислительные затраты и относительно сложные идентификационные модели объектов исследования. Кроме того, для повышения точности оценок необходимо наличие априорной либо прогностической информации.

К современным методам анализа и контроля ЭМП следует отнести системы оценки параметров, построенные с применением генетических алгоритмов. Так, в работе [39] использование математической модели ЭМП позволило получить графики переходных процессов по току и напряжению исследуемой машины и на основе полученных зависимостей определить активные сопротивления и индуктивности обмоток двигателя, а также момент инерции, т.е. практически все параметры, входящие в виде коэффициентов в уравнения динамики ЭМП. Недостатком данного метода является высокая погрешность оценки, составляющая около 19%. Генетические алгоритмы позволяют произвести геометрический анализ конструкции ЭМП. Так, в работе [40] показана возможность регистрации электромагнитного поля ротора машины на основе информации, полученной при геометрическом анализе ротора исследуемого ЭМП. Развитием работы [39] является работа [41], основанная на генетических алгоритмах с применением весовых коэффициентов. Процесс оценки параметров ЭМП построен по итерационному принципу и погрешность оценки, например, активного сопротивления обмотки статора асинхронной машины составляет 52% в начале исследования и снижается до 4,3% по окончании процедуры анализа ЭМП. Однако, процесс оценки параметров ЭМП занимает длительное время и требует значительных вычислительных мощностей, связанными с

пересчетом полученных оценок на каждом шаге итерации, в результате чего процедура анализа и контроля параметров ЭМП может занимать десятки минут. К общим недостаткам систем оценки, основанных на применении генетических алгоритмов можно отнести невозможность получения оценок параметров в режиме реального времени, поскольку для реализации рассмотренного класса методов необходима предварительная регистрация информации для каждого случая процедуры анализа и контроля ЭМП либо потребуется дополнение к существующей системе оценки в виде прогностической подсистемы, увеличивающей стоимость и повышающей сложность исходной системы анализа и контроля параметров ЭМП, а также вызывающей снижение надежности и отказоустойчивости.

Наконец, для оценки параметров ЭМП получили распространение способы анализа и контроля на основе аналитических методов [42 – 44]. В работе [43] показан метод определения параметров обмоток ЭМП на основе информации, получаемой с энкодера, а также датчиков тока и напряжения. В процессе реализации метода формируется система уравнений динамики ЭМП, которая решается с применением метода наименьших квадратов (МНК) и его различных модификаций: обобщенного МНК, двухшагового МНК, взвешенного МНК. В работах [42, 44] применяются подобные принципы оценки, отличающиеся математическим описанием исследуемого ЭМП. Данная группа методов позволяет производить оценку параметров в режиме реального времени и обладает сравнительно небольшой погрешностью не более 7%.

Подводя итог проведенного обзора методов анализа и контроля функционирования ЭМП, охватывающего широкий спектр теоретических изысканий и работ практической направленности, можно сделать вывод об актуальности данной области исследования, поскольку параметры электромеханических преобразователей в зависимости от режима работы и температурного состояния машины могут изменяться в среднем на 20-30%, т.е. объективно существует настоятельная потребность в оценке значений нестабильных параметров ЭМП, функционирующих в составе рабочих комплексов, в режиме реального времени. Значительное количество

научных трудов, посвященных задаче текущей оценки параметров электромеханических преобразователей и неослабевающая публикационная активность в данном научном направлении свидетельствует о том, что вопросы разработки методов анализа и контроля функционирования ЭМП не решены окончательно и тема диссертационного исследования является важной и актуальной.

Кроме того, приведенный выше анализ методов позволил выявить следующее:

- 1) эффективность функционирования электромеханических преобразователей, эксплуатируемых в составе рабочих комплексов с точки зрения поддержания требуемого режима работы и обеспечения необходимого качества функционирования существенно зависит от значений параметров ЭМП, таких как момент инерции и активные сопротивления и индуктивности обмоток электромеханических преобразователей;
- 2) значения параметров электромеханических преобразователей определяются режимом работы и условиями эксплуатации (температурным состоянием) ЭМП, что обуславливает необходимость проведения оценки нестабильных параметров в режиме реального времени;
- 3) оценка значений нестабильных параметров возможна на основании информации о доступных для измерения координатах электромеханических преобразователей, таких как напряжение питания и скорость вращения;
- 4) решение задачи анализа и контроля функционирования ЭМП целесообразно проводить с применением аналитических методов, поскольку они не требуют использования значительных вычислительных мощностей и обеспечивают сравнительно высокое быстродействие процесса оценки в режиме реального времени с приемлемыми в инженерной практике погрешностями.

На основании вышесказанного сформулируем основные задачи, которые необходимо решить в настоящей диссертационной работе:

1. Определение выходных координат электромеханических преобразователей с применением экспериментальной установки для исследования переходных

режимов ЭМП с последующим сохранением и статистической обработкой полученных временных зависимостей.

2. Анализ динамических характеристик электромеханических преобразователей различных типов при нестабильных параметрах.
3. Обоснование выбора электромеханического преобразователя постоянного тока в качестве объекта экспериментального исследования.
4. Формирование математической модели электромеханического преобразователя постоянного тока на основе экспериментальных данных и оценка статической и динамической погрешностей полученной математической модели.
5. Формирование моделей чувствительности электромеханических преобразователей различных типов по контролируемым нестабильным параметрам.
6. Вычисление обобщённого интегрального критерия  $Q$  с применением градиентного алгоритма и формирование функционала  $Q(\chi)$  в таблично-графическом виде.
7. Разработка и программная реализация метода многопараметрического анализа и контроля функционирования ЭМП.
8. Проверка работоспособности разработанного метода анализа нестабильных параметров и контроля функционирования ЭМП путем моделирования в среде MatLab Simulink, апробирование метода с применением экспериментальной установки, оценка полученных результатов и выработка рекомендаций по применению метода.

Особенностью разработанного метода является необходимость использования математического описания объектов исследования, без которого реализация и практическое применение метода невозможны. В этой связи в работе рассматриваются процессы электромеханического преобразования энергии в ЭМП, обеспечивая фундаментальную основу для выполнения дальнейших исследований, а также реализацию принципа от общего к частному и возможность выбора из многообразия математических моделей электрических машин наиболее приемлемых для решения поставленной задачи.

## 1.2. Основы электромеханического преобразования энергии в объектах исследования

Электромеханические преобразователи осуществляют электромеханическое преобразование энергии и обладают свойством обратимости, т.е. могут служить источниками как электрической энергии, так и механической. Характерные особенности конкретного электромеханического преобразователя, его физические свойства, во многом определяют рациональные способы управления и энергетические показатели рабочих комплексов, в составе которых применяется ЭМП.

При исследовании ЭМП исключительно важное значение имеет математическое описание процессов электромеханического преобразования энергии, которое целесообразно рассмотреть на примере обобщенной электрической машины – двухфазного двухполюсного электромеханического преобразователя [45 – 48].

Обобщенная электрическая машина представляет собой идеализированный ЭМП с уложенными в пазы обмотками на статоре и на роторе и протекающими по обмоткам синусоидальными токами, эквивалентными по намагничивающей силе первым гармоникам МДС реальных обмоток. Токи статора и ротора наводят магнитный поток, который замыкается по магнитопроводу машины и проходит через равномерный воздушный зазор. Магнитная цепь машины не входит в насыщение и имеет бесконечно большую магнитную проницаемость.

Также принимается допущение, что импедансы обмоток фаз статора и ротора равны между собой, а угол  $\varphi$  между осями обмоток определяет скорость вращения ротора  $\omega_2 = \frac{d\varphi}{dt}$ . При  $\omega_2 \neq 0$  обмотки статора и ротора перемещаются друг относительно друга, что приводит к изменению их потокосцеплений и токов.

Рассмотрим схему обобщенной электрической машины, показанную на рис. 1.1, где индексами (1) обозначены переменные, относящиеся к статору, индексом (2) – к ротору, а оси  $a, b$  соответствуют системе координат, сцепленной с неподвижным статором.

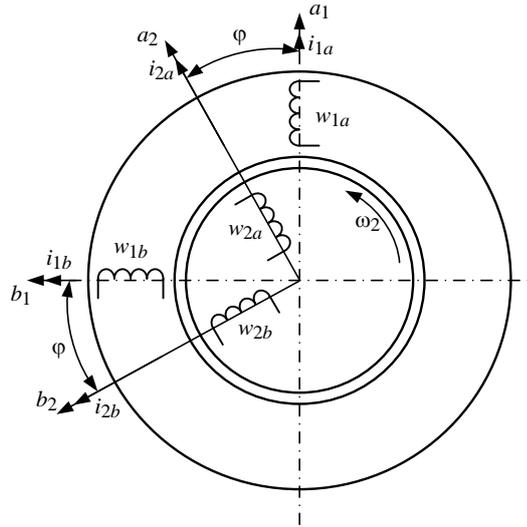


Рис. 1.1. Схема обобщенной двухфазной двухполюсной электрической машины в естественных координатах

Потокосцепления обмоток зависят от угла  $\varphi$  и определяются следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1a} &= L_{1a}i_{1a} + L_{12} \cos \varphi i_{2a} - L_{12} \sin \varphi i_{2b}; \\ \Psi_{1b} &= L_{1b}i_{1b} + L_{12} \cos \varphi i_{2b} + L_{12} \sin \varphi i_{2a}; \\ \Psi_{2a} &= L_{2a}i_{2a} + L_{12} \cos \varphi i_{1a} + L_{12} \sin \varphi i_{1b}; \\ \Psi_{2b} &= L_{2b}i_{2b} + L_{12} \cos \varphi i_{1b} - L_{12} \sin \varphi i_{1a}, \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

где  $\Psi_{1a}, \Psi_{1b}, \Psi_{2a}, \Psi_{2b}$  – потокосцепления обмоток статора и ротора по осям  $a$  и  $b$ ;  $i_{1a}, i_{1b}, i_{2a}, i_{2b}$  – токи обмоток статора и ротора по осям  $a$  и  $b$ ;  $L_{1a}, L_{1b}, L_{2a}, L_{2b}$  – индуктивности обмоток статора и ротора по осям  $a$  и  $b$ ;  $L_{12}$  – взаимная индуктивность между обмотками статора и ротора.

В идеализированной обобщенной машине в воздушном зазоре формируется круговое вращающееся магнитное поле с результирующими векторами магнитных индукций

$$\left. \begin{aligned} \tilde{B}_1 &= B_{1a} + jB_{1b}; \\ \tilde{B}_2 &= B_{2a} + jB_{2b} \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

и потокосцеплений

$$\begin{aligned}\tilde{\Psi}_1 &= \Psi_{1a} + j\Psi_{1b}; \\ \tilde{\Psi}_2 &= \Psi_{2a} + j\Psi_{2b}.\end{aligned}\tag{1.3}$$

записанных в комплексной форме

Слагаемые в выражениях (1.2) и (1.3) соответственно для магнитных индукций и потокосцеплений являются проекциями на координатные оси статора и ротора.

Уравнения Кирхгофа для результирующих напряжений  $\tilde{U}_1, \tilde{U}_2$ , выраженные через потокосцепления и токи статора и ротора  $\tilde{I}_1, \tilde{I}_2$

$$\begin{aligned}\tilde{U}_1 &= \tilde{I}_1 R_1 + \frac{d\tilde{\Psi}_1}{dt}; \\ \tilde{U}_2 &= \tilde{I}_2 R_2 + \frac{d\tilde{\Psi}_2}{dt}.\end{aligned}\tag{1.4}$$

Разложение результирующих векторов напряжений на координатные оси дает возможность записать систему дифференциальных уравнений в естественных или непреобразованных координатах [45]:

$$\left. \begin{aligned}u_{1a} &= i_{1a} R_{1a} + \frac{d\Psi_{1a}}{dt}; \\ u_{1b} &= i_{1b} R_{1b} + \frac{d\Psi_{1b}}{dt}; \\ -u_{2a} &= i_{2a} R_{2a} + \frac{d\Psi_{2a}}{dt}; \\ -u_{2b} &= i_{2b} R_{2b} + \frac{d\Psi_{2b}}{dt}.\end{aligned}\right\}\tag{1.5}$$

Отрицательные значения проекций напряжения в уравнениях роторной цепи указывают на то, что активная мощность передается со статора на ротор.

При подстановке соответствующих потокосцеплений из (1.1) в (1.5) получаются сложные выражения с периодически меняющимися коэффициентами. Для упрощения уравнений необходимо применить преобразование координат, выполняемое при неизменной мощности и изменяющейся скорости вращения, которое позволит получить уравнения с постоянными коэффициентами [45, 46].

Процесс преобразования координат состоит в том, что система координат вращается в воздушном зазоре электромеханического преобразователя с произвольной скоростью  $\omega_c$ . При неподвижном статоре частота питающего напряжения в данной системе координат составляет  $\omega_1 \pm \omega_c$ . Поскольку  $\cos \varphi + j \sin \varphi = e^{j\varphi}$ , то для вращающихся с произвольной скоростью  $\omega_c = \frac{d\varphi_c}{dt}$  координатных осей можно записать уравнения Кирхгофа в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U}_1 e^{j\varphi_c} &= R_1 \tilde{I}_1 e^{j\varphi_c} + \frac{d\tilde{\Psi}_1 e^{j\varphi_c}}{dt}; \\ \tilde{U}_2 e^{j(\varphi_c - \varphi)} &= R_2 \tilde{I}_2 e^{j(\varphi_c - \varphi)} + \frac{d\tilde{\Psi}_2 e^{j(\varphi_c - \varphi)}}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

По результатам дифференцирования системы уравнений (1.6) получим в общем виде наиболее простую форму записи выражений для напряжений обобщенной электрической машины:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U}_1 &= R_1 \tilde{I}_1 + \frac{d\tilde{\Psi}_1}{dt} + j\omega_c \tilde{\Psi}_1; \\ \tilde{U}_2 &= R_2 \tilde{I}_2 + \frac{d\tilde{\Psi}_2}{dt} + j(\omega_c - \omega_2) \tilde{\Psi}_2. \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

Поскольку скорость вращения координат  $\omega_c$  может быть любой, теоретически можно получить бесконечное количество координат. На практике применяется ограниченное количество координатных систем.

Так, в координатах  $\alpha, \beta$  процессы электромагнитного преобразования энергии рассматриваются со стороны неподвижного статора – неподвижная система координат ( $\omega_c = 0$ ). В осях  $d, q$  рассматривается вращающаяся система координат, жестко связанная с ротором. Моделирование уравнений электромеханического преобразователя (1.7) в координатах  $\alpha, \beta$  производится на переменном токе, а в координатах  $d, q$  – на постоянном токе.

Дифференциальные уравнения (1.7) для напряжений в неподвижной системе координат с учетом ЭДС вращения получим, разложив соответствующие векторы по осям  $\alpha, \beta$ :

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= i_{1\alpha} R_{1\alpha} + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt}; \\ u_{1\beta} &= i_{1\beta} R_{1\beta} + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt}; \\ u_{2\alpha} &= i_{2\alpha} R_{2\alpha} + \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} + \omega_2 \Psi_{2\beta}; \\ u_{2\beta} &= i_{2\beta} R_{2\beta} + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} - \omega_2 \Psi_{2\alpha}. \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

Потокосцепления для координатной системы  $\alpha, \beta$

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1\alpha} &= L_{1\alpha} i_{1\alpha} + L_{12} i_{2\alpha}; \\ \Psi_{1\beta} &= L_{1\beta} i_{1\beta} + L_{12} i_{2\beta}; \\ \Psi_{2\alpha} &= L_{2\alpha} i_{2\alpha} + L_{12} i_{1\alpha}; \\ \Psi_{2\beta} &= L_{2\beta} i_{2\beta} + L_{12} i_{1\beta}. \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

Подставим (1.9) в (1.8) и запишем в векторно-матричной форме выраженные через токи дифференциальные уравнения, характеризующие электромеханическое преобразование энергии в электрической машине для неподвижной системы координат  $\alpha, \beta$ :

$$\begin{bmatrix} u_{1\alpha} \\ u_{2\alpha} \\ u_{1\beta} \\ u_{2\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1\alpha} + \frac{dL_{1\alpha}}{dt} & \frac{dL_{12}}{dt} & 0 & 0 \\ \frac{dL_{12}}{dt} & R_{2\alpha} + \frac{dL_{2\alpha}}{dt} & L_{2\beta}\omega_2 & L_{12}\omega_2 \\ -L_{12}\omega_2 & -L_{2\alpha}\omega_2 & R_{2\beta} + \frac{dL_{2\beta}}{dt} & \frac{dL_{12}}{dt} \\ 0 & 0 & \frac{dL_{12}}{dt} & R_{1\beta} + \frac{dL_{1\beta}}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1\alpha} \\ i_{2\alpha} \\ i_{1\beta} \\ i_{2\beta} \end{bmatrix}, \quad (1.10)$$

где  $u_{1\alpha}, u_{1\beta}, u_{2\alpha}, u_{2\beta}, i_{1\alpha}, i_{1\beta}, i_{2\alpha}, i_{2\beta}$  – напряжения и токи обмоток статора и ротора по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $L_{1\alpha}, L_{1\beta}, L_{2\alpha}, L_{2\beta}$  – полные индуктивности обмоток статора и ротора по осям  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $L_{12}$  – взаимная индуктивность между обмотками статора и ротора;

$R_{1\alpha}, R_{1\beta}, R_{2\alpha}, R_{2\beta}$  – активные сопротивления обмоток статора и ротора по осям  $\alpha$  и  $\beta$ .

Полные индуктивности обмоток представляют собой сумму взаимной индуктивности и соответствующих индуктивностей рассеяния  $L_{\sigma}$ :

$$\left. \begin{aligned} L_{1\alpha} &= L_{12} + L_{1\alpha\sigma}; \\ L_{2\alpha} &= L_{12} + L_{2\alpha\sigma}; \\ L_{1\beta} &= L_{12} + L_{1\beta\sigma}; \\ L_{2\beta} &= L_{12} + L_{2\beta\sigma}. \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

Уравнения (1.10) справедливы для идеализированной обобщенной электрической машины с псевдонеподвижными обмотками статора и ротора, имеющими одинаковое число витков. Для сохранения неизменности мощности реальной машины и ЭМП с неподвижными обмотками, дифференциальные уравнения роторной цепи (см. (1.10)) содержат слагаемые в виде ЭДС вращения, выраженные произведениями  $L_{2\beta}\omega_2 i_{2\beta} + L_{12}\omega_2 i_{1\beta}$  по оси  $\alpha$  и  $-L_{2\alpha}\omega_2 i_{2\alpha} - L_{12}\omega_2 i_{1\alpha}$  – по оси  $\beta$ .

Уравнения электрического равновесия (1.10) кроме напряжений, падений напряжений на активных сопротивлениях обмоток и ЭДС вращения, наводящихся только во вращающихся обмотках, содержат трансформаторные ЭДС:

$$\left. \begin{aligned} L_{1\alpha} \frac{di_{1\alpha}}{dt} + L_{12} \frac{di_{2\alpha}}{dt}; \\ L_{12} \frac{di_{1\alpha}}{dt} + L_{2\alpha} \frac{di_{2\alpha}}{dt}; \\ L_{1\beta} \frac{di_{1\beta}}{dt} + L_{12} \frac{di_{2\beta}}{dt}; \\ L_{12} \frac{di_{1\beta}}{dt} + L_{2\beta} \frac{di_{2\beta}}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

Для описания процесса электромеханического преобразования энергии уравнения (1.10) следует дополнить уравнением механического равновесия

$$M \pm M_c = \frac{J}{p} \frac{d\omega_2}{dt}, \quad (1.13)$$

где  $M$  – вращающий электромагнитный момент; где  $M_c$  – момент сопротивления нагрузки;  $p$  – число пар полюсов;  $J$  – момент инерции.

Электромагнитный момент зависит от взаимной индуктивности машины, числа фаз  $m$  и определяется произведениями токов в статоре и роторе, протекающими в разных фазах:

$$M = \frac{m}{2} p L_{12} (i_{1\beta} i_{2\alpha} - i_{1\alpha} i_{2\beta}). \quad (1.14)$$

Для формирования электромагнитного момента необходим сдвиг по фазе между токами статора и ротора, поскольку при чисто реактивных токах не будет осуществляться преобразование энергии, а при чисто активных токах будет отсутствовать связь между обмотками, вызванная реактивными токами, создающими магнитное поле электрической машины. В обоих случаях электромагнитный момент будет равен нулю.

Уравнения электрического равновесия (1.10) и механического равновесия (1.13) в полной мере описывают процесс электромеханического преобразования энергии в ЭМП в неподвижной системе координат  $\alpha, \beta$ .

Для представления уравнений электромеханического преобразования во вращающейся системе координат  $d, q$  необходимо приравнять скорость вращения координатных осей к скорости вращения ротора  $\omega_c = \omega_2$  и произвести подстановку в (1.7):

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U}_1 &= R_1 \tilde{I}_1 + \frac{d\tilde{\Psi}_1}{dt} + j\omega_2 \tilde{\Psi}_1; \\ \tilde{U}_2 &= R_2 \tilde{I}_2 + \frac{d\tilde{\Psi}_2}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

После разложения векторов напряжения по осям  $d, q$  получим уравнения машины во вращающейся системе координат:

$$\left. \begin{aligned} u_{1d} &= i_{1d}R_{1d} + \frac{d\Psi_{1d}}{dt} - \omega_2\Psi_{1q}; \\ u_{1q} &= i_{1q}R_{1q} + \frac{d\Psi_{1q}}{dt} + \omega_2\Psi_{1d}; \\ u_{2d} &= i_{2d}R_{2d} + \frac{d\Psi_{2d}}{dt}; \\ u_{2q} &= i_{2q}R_{2q} + \frac{d\Psi_{2q}}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

Выразив потокосцепления через токи, индуктивности и взаимную индуктивность машины, запишем уравнения электрического равновесия ЭМП в осях  $d$ ,  $q$  в векторно-матричной форме:

$$\begin{bmatrix} u_{1d} \\ u_{2d} \\ u_{1q} \\ u_{2q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1d} + \frac{dL_{1d}}{dt} & \frac{dL_{12}}{dt} & -L_{2q}\omega_2 & -L_{12}\omega_2 \\ \frac{dL_{12}}{dt} & R_{2d} + \frac{dL_{2d}}{dt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{2q} + \frac{dL_{2q}}{dt} & \frac{dL_{12}}{dt} \\ L_{12}\omega_2 & L_{2d}\omega_2 & \frac{dL_{12}}{dt} & R_{1q} + \frac{dL_{1q}}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1d} \\ i_{2d} \\ i_{1q} \\ i_{2q} \end{bmatrix}, \quad (1.17)$$

$$\frac{J}{p} \frac{d\omega_2}{dt} \pm M_c = \frac{m}{2} p L_{12} (i_{1q} i_{2d} - i_{1d} i_{2q}). \quad (1.18)$$

Из сравнения уравнений (1.10), (1.13) с уравнениями (1.17), (1.18) видно, что в системе координат  $d$ ,  $q$  ЭДС вращения учитывается в выражениях для статорных обмоток. Данные уравнения напряжений и моментов в зависимости от решаемых задач могут быть выражены через потокосцепления или токи статора и ротора. Преобразование координат к той или иной форме позволяет упростить математическое представление процесса электромеханического преобразования энергии и, в частности, получить постоянные коэффициенты перед зависимыми переменными, однако число уравнений при этом не уменьшается. Математические модели обобщенной электрической машины позволяют получить уравнения различных типов электромеханических преобразователей с учетом их характерных особенностей. При решении задачи многопараметрического анализа и контроля функционирования

ЭМП различной конфигурации наиболее удобную форму математического описания процесса электромеханического преобразования энергии представляют уравнения во вращающейся системе координат  $d, q$ .

### 1.3. Электромеханическое преобразование энергии в двигателе постоянного тока

Электромеханическое преобразование энергии в ЭМП постоянного тока возможно только при наличии переменного тока в одной из обмоток. Данную функцию выполняет коллектор, коммутирующий постоянное питающее напряжение обмотки якоря с частотой  $\omega_2$ , соответствующей скорости вращения якоря. В этой связи двигатель постоянного тока формально является машиной переменного тока и соответствующие уравнения электромеханического преобразования энергии являются частным случаем полученного в разделе 1.2 обобщенного математического описания.

Так, во вращающейся системе координат  $d, q$  по обмотке якоря протекают токи  $i_{2d}$  и  $i_{2q}$ , сформированные преобразователем частоты, – в данном случае коллектором машины – который производит коммутацию токов в функции угла поворота якоря  $\varphi$ . Если в качестве преобразователя частоты используется не механический коммутатор, а полупроводниковое устройство, переключаемое сигналами с датчика углового положения, то можно говорить о вентильном двигателе на базе синхронной машины.

МДС обмотки индуктора создается постоянным током возбуждения и неподвижна в пространстве. Значит, МДС якоря, вращающегося с некоторой скоростью  $\omega$ , должна быть неподвижна относительно индуктора, что можно обеспечить при встречном вращении МДС якоря со скоростью  $-\omega$ . Это достигается в случае, когда по обмоткам фаз якоря протекают проекции тока якоря  $i_a$  – переменные токи

$$\begin{aligned} i_{2d} &= i_a \cos \omega t; \\ i_{2q} &= -i_a \sin \omega t. \end{aligned}$$

Поскольку результирующее магнитное поле неподвижно относительно статора, для математического описания процесса электромеханического преобразования энергии удобно использовать неподвижную систему координат  $\alpha, \beta$ . Преобразование токов  $i_{2d}, i_{2q}$  к неподвижным осям осуществляется по следующим формулам:

$$\begin{aligned} i_{2\alpha} &= i_a \cos^2 \omega t + i_a \sin^2 \omega t = i_a; \\ i_{2\beta} &= i_a \cos \omega t \sin \omega t - i_a \sin \omega t \cos \omega t = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, математическое описание в неподвижной системе координат позволяет представить реальные переменные токи обмотки якоря постоянным током якоря  $i_a$ , создающим неподвижное в пространстве магнитное поле, направленное по горизонтальной оси  $\alpha$ , совпадающей с осью щёток машины.

Для получения уравнений электромеханического преобразования энергии в двигателе постоянного тока воспользуемся системой уравнений (1.8) и выражением (1.14). Тогда

$$\left. \begin{aligned} u_{1\alpha} &= i_{1\alpha} R_1 + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt}; \\ u_{1\beta} &= i_{1\beta} R_1 + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt}; \\ u_{2\alpha} &= i_{2\alpha} R_2 + \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} + \omega_2 \Psi_{2\beta}; \\ u_{2\beta} &= i_{2\beta} R_2 + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} - \omega_2 \Psi_{2\alpha}; \\ M &= pL_{12} (i_{1\beta} i_{2\alpha} - i_{1\alpha} i_{2\beta}). \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

Применительно к ЭМП постоянного тока система (1.19) упрощается и её составляющим соответствуют следующие переменные и параметры:

- ток якоря  $i_a = i_{2\alpha}$ ;
- ток возбуждения  $i_e = i_{1\beta}$ ;
- напряжение якоря  $u_a = u_{2\alpha}$ ;

- напряжение возбуждения  $u_e = u_{1\beta}$ ;
- сопротивление обмотки возбуждения  $R_e = R_1$ ;
- суммарное сопротивление якорной цепи  $R_a = R_2$ ;
- $i_{1\alpha} = 0$ ;  $u_{1\alpha} = 0$ ;  $i_{2\beta} = 0$ ;  $u_{2\beta} = 0$ .

Следует отметить, что в реальной машине якорная цепь представляет собой последовательно включенные якорную обмотку, компенсационную обмотку и обмотку добавочных полюсов, МДС которых также направлены по поперечной оси. Обмотка добавочных полюсов обеспечивает благоприятное протекание процессов коммутации за счет формирования магнитного поля соответствующих направления и величины. Компенсационная обмотка создает намагничивающую силу, компенсирующую МДС реакции якоря по поперечной оси, которая в некомпенсированных машинах вызывает искажение формы магнитного поля под главными полюсами и создает размагничивающую продольную составляющую.

В соответствии с полученными выше соотношениями потокосцепления для двигателя постоянного тока с учетом суммарной индуктивности якорной цепи  $L_a$ , индуктивности обмотки возбуждения  $L_e$  и взаимной индуктивности  $L_{12}$ , с применением выражений (1.9) выразим через токи якоря и возбуждения:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{1\beta} &= L_{1\beta}i_{1\beta} + L_{12}i_{2\beta} = L_e i_e; \\ \Psi_{2\alpha} &= L_{2\alpha}i_{2\alpha} + L_{12}i_{1\alpha} = L_a i_a; \\ \Psi_{2\beta} &= L_{2\beta}i_{2\beta} + L_{12}i_{1\beta} = L_{12}i_e. \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

Математическую модель электромеханического преобразования энергии в ЭМП постоянного тока [45, 46, 49] с учетом введенных обозначений представим следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} u_e &= i_e R_e + L_e \frac{di_e}{dt}; \\ u_a &= i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt} + \omega_2 L_{12} i_e; \\ M &= p L_{12} i_e i_a. \end{aligned} \right\} \quad (1.21)$$

Третье слагаемое во втором уравнении (1.21) есть противо-ЭДС двигателя

$$e = \omega_2 L_{12} i_e = p L_{12} i_e \omega = k \Phi \omega, \quad (1.22)$$

где  $k$  – конструктивный коэффициент двигателя;  $\Phi$  – магнитный поток возбуждения. При номинальном магнитном потоке  $k \Phi = p L_{12} i_e = c$ .

Вращающий момент  $M$  с учетом (1.22)

$$M = p L_{12} i_e i_a = k \Phi i_a,$$

тогда процесс электромеханического преобразования можно выразить системой

$$\left. \begin{aligned} u_e &= i_e R_e + L_e \frac{di_e}{dt}; \\ u_a &= i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt} + k \Phi \omega; \\ M &= k \Phi i_a. \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

Для представления дифференциальных уравнений (1.23) в операторной форме введем оператор дифференцирования  $s = \frac{d}{dt}$  и следующие параметры: элек-

тромагнитная постоянная времени обмотки возбуждения  $T_e = \frac{L_e}{R_e}$ ; электромагнит-

ная постоянная времени якорной цепи  $T_a = \frac{L_a}{R_a}$ ; коэффициент магнитного потока,

соответствующий линейному участку кривой намагничивания машины  $k_\Phi = \frac{\Phi}{i_e}$ . В

результате получим:

$$\left. \begin{aligned} u_e &= \frac{R_e}{k_\Phi} (T_e s + 1) \Phi; \\ u_a &= R_a (T_a s + 1) i_a + k \Phi \omega; \\ M &= k \Phi i_a. \end{aligned} \right\} \quad (1.24)$$

С учетом уравнения механического равновесия (1.13) и электромеханической постоянной времени  $T_m = J \frac{d\omega}{dM} = \frac{JR_a}{(k\Phi)^2}$  соотношения для описания электромеханического преобразования энергии в двигателе постоянного тока с независимым возбуждением представим как

$$\left. \begin{aligned} u_e &= R_e (T_e s + 1) i_e; \\ u_a &= R_a (T_a s + 1) i_a + k\Phi\omega; \\ T_m \omega s &= k\Phi i_a - M_c. \end{aligned} \right\} \quad (1.25)$$

При управлении ЭМП постоянного тока по якорной цепи и  $\Phi = \text{const}$  система уравнений (1.25) линеаризуется, что позволяет использовать для математического описания машины аппарат линейной теории. Введем обозначение  $c = k\Phi_{\text{ном}}$  и для машины с якорным управлением получим дифференциальные уравнения в форме Коши:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{L_a} [u_a - R_a i_a - c\omega]; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{J} [c i_a - M_c], \end{aligned} \right\} \quad (1.26)$$

которые при необходимости могут быть записаны в форме передаточных функций.

#### 1.4. Электромеханическое преобразование энергии в асинхронном двигателе

Математическое описание процессов электромеханического преобразования энергии в асинхронной машине целесообразно представить во вращающихся с синхронной скоростью координатных осях  $x, y$  ( $\omega_c = \omega_1$ ). При этом уравнения Кирхгофа представляются системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} u_{1x} &= i_{1x}R_1 + \frac{d\Psi_{1x}}{dt} - \omega_1\Psi_{1y}; \\ u_{1y} &= i_{1y}R_1 + \frac{d\Psi_{1y}}{dt} + \omega_1\Psi_{1x}; \\ u_{2x} &= i_{2x}R_2 + \frac{d\Psi_{2x}}{dt} - (\omega_1 - \omega_2)\Psi_{2y}; \\ u_{2y} &= i_{2y}R_2 + \frac{d\Psi_{2y}}{dt} + (\omega_1 - \omega_2)\Psi_{2x}. \end{aligned} \right\} \quad (1.27)$$

К неподвижным обмоткам статора приложена симметричная двухфазная система напряжений в осях  $\alpha, \beta$

$$\begin{aligned} u_{1\alpha} &= U_1 \cos \omega_1 t; \\ u_{1\beta} &= U_1 \sin \omega_1 t, \end{aligned} \quad (1.28)$$

которую при  $\omega_c = \omega_1$  и  $\varphi_c = \omega_1 t$  можно переписать в виде

$$\begin{aligned} u_{1x} &= U_1 \cos^2 \omega_1 t + U_1 \sin^2 \omega_1 t = U_1; \\ u_{1y} &= -U_1 \cos \omega_1 t \sin \omega_1 t + U_1 \sin \omega_1 t \cos \omega_1 t = 0. \end{aligned} \quad (1.29)$$

В синхронных координатных осях  $x, y$  подаваемые на обмотку статора переменные напряжения преобразуются в постоянное напряжение  $U_1$ , приложенное к обмотке, расположенной по оси  $x$ . Токи, протекающие по неподвижным обмоткам статора под действием напряжений  $u_{1\alpha}, u_{1\beta}$ , создают вращающееся магнитное поле, которое при переходе к вращающимся с синхронной скоростью обмоткам может быть создано только постоянным напряжением  $U_1$ . Данное обстоятельство существенно упрощает моделирование асинхронного ЭМП и анализ его результатов.

На основании выражений (1.7), полагая  $\tilde{U}_2 = 0$ , и формулы для электромагнитного момента (1.14) получим

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U}_1 &= R_1 \tilde{I}_1 + \frac{d\tilde{\Psi}_1}{dt} + j\omega_1 \tilde{\Psi}_1; \\ 0 &= R_2' \tilde{I}_2' + \frac{d\tilde{\Psi}_2}{dt} + j(\omega_1 - \omega_2) \tilde{\Psi}_2; \\ M &= pL_{12} \operatorname{Im}(\tilde{I}_1 \cdot \tilde{I}_2'^*), \end{aligned} \right\} \quad (1.30)$$

где величины со штрихами, относящиеся к роторной обмотке, означают операцию приведения, а ток ротора  $\tilde{I}'_2$  является комплексно-сопряжённым току  $\tilde{I}'_2$ .

Уравнения потокосцеплений

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\Psi}_1 &= L_1 \tilde{I}_1 + L_{12} \tilde{I}'_2; \\ \tilde{\Psi}_2 &= L_{12} \tilde{I}_1 + L_1 \tilde{I}'_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

позволяют выразить токи

$$\left. \begin{aligned} \tilde{I}_1 &= \frac{L_2 \tilde{\Psi}_1 - L_{12} \tilde{\Psi}_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2}; \\ \tilde{I}'_2 &= \frac{L_1 \tilde{\Psi}_2 - L_{12} \tilde{\Psi}_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

и записать выражения для анализа динамических свойств асинхронного электро-механического преобразователя

$$\left. \begin{aligned} \tilde{U}_1 &= \frac{R_1 L_2 \tilde{\Psi}_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} - \frac{R_1 L_{12} \tilde{\Psi}_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} + \frac{d\tilde{\Psi}_1}{dt} + j\omega_1 \tilde{\Psi}_1; \\ 0 &= \frac{R'_2 L_1 \tilde{\Psi}_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} - \frac{R'_2 L_{12} \tilde{\Psi}_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} + \frac{d\tilde{\Psi}_2}{dt} + j(\omega_1 - \omega_2) \tilde{\Psi}_2; \\ M &= \frac{p L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \operatorname{Im}(\tilde{\Psi}_1 \cdot \tilde{\Psi}_2^*). \end{aligned} \right\} \quad (1.33)$$

Удобную форму представления уравнений асинхронного двигателя получим, решив систему (1.33) относительно производных потокосцепления в синхронных координатных осях:

$$\left. \begin{aligned}
\frac{d\Psi_{1x}}{dt} &= u_{1x} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1x} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2x} + \omega_1 \Psi_{1y}; \\
\frac{d\Psi_{1y}}{dt} &= u_{1y} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1y} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2y} - \omega_1 \Psi_{1x}; \\
\frac{d\Psi_{2x}}{dt} &= -\frac{R'_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2x} + \frac{R'_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1x} + (\omega_1 - \omega_2) \Psi_{2y}; \\
\frac{d\Psi_{2y}}{dt} &= -\frac{R'_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2y} + \frac{R'_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1y} - (\omega_1 - \omega_2) \Psi_{2x}; \\
M &= \frac{p L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} (\Psi_{1y} \Psi_{2x} - \Psi_{1x} \Psi_{2y}).
\end{aligned} \right\} (1.34)$$

Использование координат  $x, y$  позволяет представить статорные и роторные переменные в виде амплитудных значений, не содержащих гармонических составляющих [46]. Кроме того, данное обстоятельство существенно упрощает вычислительные процедуры при определении ненаблюдаемых координат.

### 1.5. Электромеханическое преобразование энергии

#### в вентильном двигателе

Для упрощения уравнений электромеханического преобразования энергии вентильного ЭМП можно применить форму математического описания во вращающейся системе координат  $d, q$ , связанной с ротором [50]. На основании выражений (1.17), (1.18) запишем уравнения для токов статора по продольной и поперечной осям, характеризующие электромагнитные и электромеханические процессы в вентильном двигателе:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= \frac{1}{L_d} u_d - \frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega_2 i_q; \\ \frac{di_q}{dt} &= \frac{1}{L_q} u_q - \frac{R}{L_q} i_q + \frac{L_d}{L_q} p \omega_2 i_d - \frac{\Psi_0 p \omega_2}{L_q}; \\ M &= \frac{m}{2} p \left[ \Psi_0 i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \right]; \\ \frac{d\omega_2}{dt} &= \frac{1}{J} (M - M_c). \end{aligned} \right\} \quad (1.35)$$

Данные уравнения справедливы при синусоидальном или квазисинусоидальном питающем напряжении.

**Выводы.** Представленные выше соотношения электрического и механического равновесия для различных типов ЭМП представляют собой фундаментальное математическое описание электромеханического преобразования энергии и содержат в общем случае независимые переменные (напряжения и момент сопротивления) и зависимые (токи и скорость вращения) переменные, которые называются координатами.

Коэффициенты перед зависимыми переменными – активные сопротивления, индуктивности, взаимные индуктивности и момент инерции – называются параметрами. В зависимости от формы представления уравнений электромеханического преобразования коэффициенты при переменных могут быть периодическими (1.5) и постоянными (1.10). Наименее трудоемким способом математического описания ЭМП при решении задачи контроля нестабильных параметров являются уравнения с постоянными коэффициентами.

Между параметрами существуют некоторые оптимальные соотношения, при которых электрическая машина может иметь максимальный КПД, высокий коэффициент мощности, минимальные массогабаритные показатели или требуемый вид выходных характеристик. В этой связи анализ и контроль параметров электромеханических преобразователей является одной из наиважнейших составляющих этапа проектирования, обеспечивая решение частной задачи в комплексном процессе оптимизации электрических машин, а также этапа текущей эксплуатации,

способствуя формированию необходимых значений выходных координат при эксплуатации ЭМП в составе рабочих комплексов.

Процесс анализа и контроля нестабильных параметров ЭМП целесообразно производить на основе полученных по уравнениям (1.26, 1.34, 1.35) Simulink-моделей, а также доступных для измерения независимых и зависимых координат, в частности напряжения и угловой скорости вращения ротора, с применением аналитических методов на основе цифровых технологий, которые не требуют значительных вычислительных мощностей, создания сложных алгоритмов и систем формирования прогностической информации и обеспечивают оценку нестабильных параметров в режиме реального времени с требуемыми значениями погрешностей.

## ГЛАВА 2. ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

### 2.1. Общие положения

Параметры электромеханических преобразователей определяют такие существенные показатели машины, как масса, размеры, КПД,  $\cos\varphi$ , ударные токи короткого замыкания, надежность и стоимость [45]. Как правило, параметры ЭМП, за исключением момента инерции, относят к фазе машины, что облегчает их экспериментальное определение и формирование уравнений преобразования энергии.

Активное сопротивление фазы обмотки в общем случае определяется по формуле

$$R_0 = \rho \frac{l}{S} k_r, \quad (2.1)$$

где  $l$  – длина проводника;  $S$  – площадь поперечного сечения проводника;  $k_r$  – коэффициент увеличения активного сопротивления из-за неравномерного распределения тока по сечению проводника;  $\rho$  – удельное сопротивление материала проводника, зависящее от температуры.

Значения удельного сопротивления для медных и алюминиевых проводников, приведенные к расчетной температуре  $75^\circ\text{C}$  имеются в справочной литературе. Для уменьшения коэффициента  $k_r$  применяют различные способы транспозиции витков обмоток [17, 51].

Определение индуктивностей обмоток как экспериментальным, так и расчетным путем относят к наиболее важным и трудоемким процедурам при анализе ЭМП, осложненным наличием нескольких контуров и насыщением машины. Необходимо отметить, что индуктивности относятся к фазе обмотки, а магнитное поле машины формируется токами, протекающими по всем фазам. Если по обмотке

фазы с числом витков  $w$  и обмоточным коэффициентом  $k_{об}$  протекает ток с амплитудным значением  $\sqrt{2}I$ , то намагничивающая сила обмотки фазы по первой гармонике

$$F_{1m} = 2\sqrt{2} \frac{Iwk_{об}}{\pi p} \quad (2.2)$$

создает в воздушном зазоре машины длиной  $\delta$  магнитное поле с индукцией

$$B_{1m} = \mu_0 F_{1m} \lambda_0 = \frac{2\sqrt{2}Iwk_{об}\mu_0}{\pi p \delta k_\delta}, \quad (2.3)$$

где  $k_\delta$  – коэффициент воздушного зазора, отвечающий за увеличение длины магнитной силовой линии в воздушном зазоре за счет пазов;  $\lambda_0$  – коэффициент магнитной проводимости;  $\mu_0$  – магнитная постоянная.

Полагая, что ось поля совпадает с осью фазы обмотки, запишем потокосцепление фазы, зависящее от полюсного деления  $\tau$  и активной длины витка  $l_\delta$

$$\Psi_{Am} = wk_{об}\Phi_{1m} = \frac{2}{\pi} \tau l_\delta wk_{об} B_{1m}, \quad (2.4)$$

где  $\Phi_{1m}$  – магнитный поток первой гармоники.

Тогда индуктивность фазы обмотки

$$L_A = \frac{\Psi_{Am}}{\sqrt{2}I} = \frac{4\mu_0}{p\pi^2} (wk_{об})^2 \frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}. \quad (2.5)$$

Взаимная индуктивность между обмотками статора и ротора

$$L_{12} = \frac{m}{2} L_A = \frac{2m\mu_0}{p\pi^2} (wk_{об})^2 \frac{\tau l_\delta}{\delta k_\delta}. \quad (2.6)$$

Зная величину индуктивности обмоток, можно определить индуктивное сопротивление. В переходных режимах активное и индуктивное сопротивление изменяются вследствие скин-эффекта и насыщения магнитной системы машины. В этой связи при анализе электромеханических преобразователей следует рассматривать переходные и установившиеся параметры.

Момент инерции ротора  $J$  в значительной степени определяет динамические свойства машины и равен сумме произведений масс всех его точек на квадраты их расстояний от оси вращения.

Точность решения уравнений электромеханического преобразования энергии в электрических машинах существенно зависит от точности определения параметров, входящих в данные уравнения. Поэтому анализ и контроль параметров, в процессе эксплуатации зачастую имеющих нестабильную природу, является важной задачей.

## 2.2. Анализ динамических характеристик асинхронного электромеханического преобразователя при нестабильных параметрах

### 2.2.1. Анализ влияния вариаций параметров асинхронного электромеханического преобразователя на динамические характеристики

В настоящее время наиболее распространенной областью применения асинхронных электромеханических преобразователей (АЭМП) является их использование в частотно-регулируемых электроприводах. Одним из важнейших методов управления данными объектами является векторное управление, требующее достоверной информации о параметрах асинхронной машины. К таким параметрам относятся активные сопротивления, индуктивности статора и ротора, взаимная индуктивность и момент инерции. Большинство этих параметров не приводятся в справочной литературе либо их значения не обладают достоверной точностью, отличаясь от реальных значений. В условиях функционирования АЭМП возможно 50-процентное изменение активных сопротивлений статора и ротора, а также 10-процентное увеличение взаимной индуктивности, вызванное ослаблением поля, относительно их значений, соответствующих номинальному режиму [52]. Изменение индуктивностей статора и ротора в пределах 20% проявляется при кратностях тока более 2 – 3 номинальных значений в связи с насыщением зубцовой зоны двигателя потоками рассеяния [53]. Таким образом, оценка изменений параметров АЭМП для

формирования качественного процесса управления является актуальной задачей.

Данное исследование направлено на анализ вариаций параметров АЭМП путем вычисления невязки [54]  $\varepsilon$  между выходными координатами (скоростями вращения)  $\omega_{var}(t)$  модели АЭМП [55] с детерминированно изменёнными значениями параметров, которая выполняет роль объекта исследования и эталонной модели  $\omega_m(t)$ . В качестве критерия оценивания принят обобщённый интегральный критерий

$$Q(\varepsilon) = \int_0^{\infty} [\omega_{var}(t) - \omega_m(t)] dt, \quad (2.7)$$

позволяющий определить не только величину, характеризующую невязку  $\varepsilon$  между объектом и моделью, но и её знак. Соответствующая структурная схема представлена на рис. 2.1 [56].

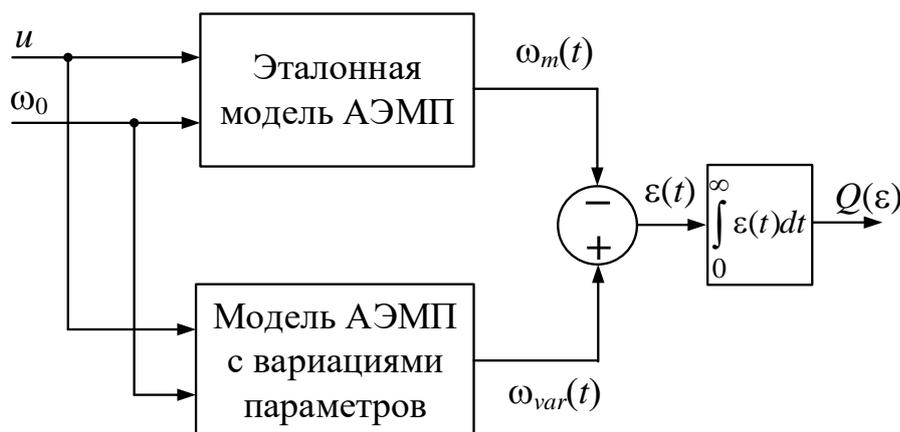


Рис. 2.1. Структурная схема вычисления  $Q(\varepsilon)$

Перепишем систему уравнений (1.34) с учетом неустойчивости параметров:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\Psi_{1x}}{dt} &= u_{1x} - \frac{R_1(t)L_2(t)}{L_1(t)L_2(t) - L_{12}^2(t)} \Psi_{1x} + \frac{R_1(t)L_{12}(t)}{L_1(t)L_2(t) - L_{12}^2(t)} \Psi_{2x} + \omega_0 \Psi_{1y}; \\
 \frac{d\Psi_{1y}}{dt} &= u_{1y} - \frac{R_1(t)L_2(t)}{L_1(t)L_2(t) - L_{12}^2(t)} \Psi_{1y} + \frac{R_1(t)L_{12}(t)}{L_1(t)L_2(t) - L_{12}^2(t)} \Psi_{2y} - \omega_1 \Psi_{1x}; \\
 \frac{d\Psi_{2x}}{dt} &= -\frac{R_2'(t)L_1(t)}{L_1(t)L_2(t) - L_{12}^2(t)} \Psi_{2x} + \frac{R_2'(t)L_{12}(t)}{L_1(t)L_2(t) - L_{12}^2(t)} \Psi_{1x} + (\omega_1 - \omega_2) \Psi_{2y}; \\
 \frac{d\Psi_{2y}}{dt} &= -\frac{R_2'(t)L_1(t)}{L_1(t)L_2(t) - L_{12}^2(t)} \Psi_{2y} + \frac{R_2'(t)L_{12}(t)}{L_1(t)L_2(t) - L_{12}^2(t)} \Psi_{1y} - (\omega_1 - \omega_2) \Psi_{2x}; \\
 M &= \frac{p_{\Pi} L_{12}(t)}{L_1(t)L_2(t) - L_{12}^2(t)} (\Psi_{1y} \Psi_{2x} - \Psi_{1x} \Psi_{2y}); \\
 \frac{d\omega_2}{dt} &= \frac{M - M_c}{J(t)}.
 \end{aligned} \right\} (2.8)$$

В основе исследования уравнений (2.8) лежит гипотеза о квазистационарности, т.е. скорость изменения параметров существенно ниже скорости изменения переменных состояния.

Эталонные значения параметров асинхронного двигателя типа 4А180М4 представлены в таблице 2.1 [45].

Значения параметров двигателя 4А180М4. Таблица 2.1

$U_{\phi}$ , В	$2p$	$R_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$L_1$ , Гн	$L_2$ , Гн	$L_{12}$ , Гн	$J_{дв}$ , кг·м <sup>2</sup>
220	4	0,16	0,078	0,05	0,051	0,0489	0,2245

Решение уравнения (2.8) выполнено в *MatLab Simulink* [57] независимо для каждого из приведенных выше параметров, вариации которых заданы в относительных единицах  $k_i = \chi_{ivar}/\chi_{im}$  по отношению к эталонному значению с соответствующими шагом и диапазоном изменения. Результаты вычислений обобщённого интегрального критерия  $Q(\varepsilon)_i$  в зависимости от заданных вариаций параметров сведены в таблицы 2.2, 2.3.

Изменения индуктивностей заданы в пределах  $0,975L_{im} \leq L_{ivar} \leq 1,025L_{im}$ , что обусловлено корректностью результатов моделирования.

Значения  $Q(\varepsilon)$  при изменении индуктивностей АЭМП. Таблица 2.2

$k$ , о.е.	$Q(\varepsilon)_{L12}$ , рад	$Q(\varepsilon)_{L1}$ , рад	$Q(\varepsilon)_{L2}$ , рад
0,975	199,4	-58,4	-58,28
0,98	150,4	-49,2	-49,06
0,985	106	-38,74	-38,6
0,99	66,1	-27,05	-26,92
0,995	30,76	-14,13	-14,06
1,0	0	0	0
1,005	-26,15	15,34	15,23
1,01	-47,7	31,89	31,62
1,015	-64,58	49,63	49,16
1,02	-76,87	68,54	67,84
1,025	-84,74	88,63	87,64

Отклонение индуктивностей от пределов приведенного неравенства приводит к значительным погрешностям процесса вычисления. Так, при  $L_{12var} < 0,975L_{12m}$  переходный процесс замедляется более, чем в восемь раз по сравнению с эталонным процессом, что не соответствует реальному времени пуска. При  $L_{12var} > 1,025L_{12m}$  возникают незатухающие колебания скорости вращения ротора  $\omega_2(t)$ , что также не соответствует условиям функционирования. Изменения индуктивностей статора и ротора сверх заданных пределов приводят к неограниченно возрастающим решениям.

Сравнение результатов вычисления критерия  $Q(\varepsilon)$  при изменении индуктивностей статора и ротора (см. рис. 2.2) показывает, что разница ординат  $y_2$  и  $y_3$  составляет не более 0,3%, что позволяет сделать вывод об идентичности воздействия

вариаций данных параметров на переходный процесс  $\omega_{var}(t)$ .

Графическое отображение представленных в табл. 2.2 данных показано на рис. 2.2 с применением следующей программы:

```
x1=[0.975 0.98 0.985 0.99 0.995 1.0 1.005 1.01 1.015 1.02 1.025]; %k
y1=[199.4 150.4 106 66.1 30.76 0 -26.15 -47.7 -64.58 -76.87 -84.74]; %L12
x2=[0.975 0.98 0.985 0.99 0.995 1.0 1.005 1.01 1.015 1.02 1.025]; %k
y2=[-58.4 -49.2 -38.74 -27.05 -14.13 0 15.34 31.89 49.63 68.54 88.63]; %L1
x3=[0.975 0.98 0.985 0.99 0.995 1.0 1.005 1.01 1.015 1.02 1.025]; %k
y3=[-58.28 -49.06 -38.6 -26.92 -14.06 0 15.23 31.62 49.16 67.84 87.64]; %L2
plot(x1,y1,x2,y2,x3,y3)
```

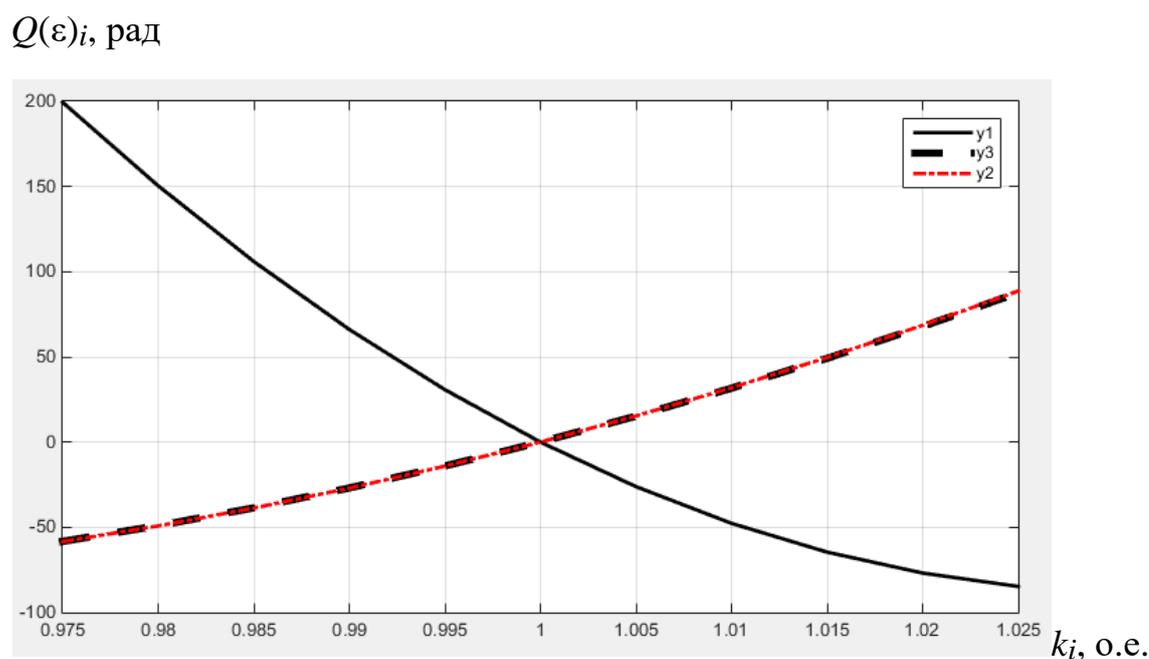


Рис. 2.2. Зависимости  $y1: Q(\varepsilon)_{L12} = f(L_{12var}/L_{12m})$ ;  $y2: Q(\varepsilon)_{L1} = f(L_{1var}/L_{1m})$ ;

$$y3: Q(\varepsilon)_{L2} = f(L_{2var}/L_{2m})$$

Значения  $Q(\varepsilon)$  при изменении сопротивлений и момента инерции АЭМП.

Таблица 2.3

$k$ , о.е.	$Q(\varepsilon)_J$ , рад	$Q(\varepsilon)_{R1}$ , рад	$Q(\varepsilon)_{R2}$ , рад
0,5	-46,16	24,45	82,5
0,6	-36,14	14	55,12
0,7	-27,42	7,8	35,5
0,8	-19	4	20,75
0,9	-9	1,55	9,24
1,0	0	0	0
1,1	9	-0,94	-7,58
1,2	18	-1,45	-13,9
1,3	27	-1,6	-19,3
1,4	36	-1,57	-23,9
1,5	44,8	-1,3	-27,9
1,6	53,64	-0,87	-31,4
1,7	62,5	-0,31	-34,5
1,8	71,31	0,37	-37,2
1,9	80,12	1,154	-39,7
2,0	89	2,03	-41,9

Знак и величина критерия  $Q(\varepsilon)$  характеризуют быстрдействие исследуемого объекта, в частности, время нарастания  $t_{\Pi}$  координаты  $\omega_{var}(t)$ . Так, отрицательное значение  $Q(\varepsilon)$  соответствует уменьшению  $t_{\Pi}$ , а положительное значение  $Q(\varepsilon)$  – его увеличению.

Поэтому анализ приведенных зависимостей показывает, что полученные графики  $Q(\varepsilon)_{L12} = f(L_{12var}/L_{12m})$ ,  $Q(\varepsilon)_{L1} = f(L_{1var}/L_{1m})$ ,  $Q(\varepsilon)_{L2} = f(L_{2var}/L_{2m})$  изменяют свой знак относительно вертикальной оси при  $k = 1$  и, подобно нечётным функциям, взаимно компенсируют друг друга, причем, если с ростом индуктивностей

статора и ротора переходный процесс становится более инерционным, то увеличение взаимной индуктивности приводит к увеличению быстродействия и колебательности и снижению запасов устойчивости.

Графики, соответствующие приведенным в табл. 2.3 данным и показанные на рис. 2.3, построены с применением следующей программы:

```
x1=[0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0]; % k
```

```
y1=[-46.16 -36.74 -27.42 -19 -9 0 9 18 27 36 44.8 53.64 62.5 71.31 80.12 89]; % J
```

```
x2=[0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0]; % k
```

```
y2=[24.45 14 7.8 4 1.55 0 -0.94 -1.45 -1.6 -1.57 -1.3 -0.87 -0.31 0.37 1.154 2.03];%R1
```

```
x3=[0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0];% k
```

```
y3=[82.5 55.12 35.5 20.75 9.24 0 -7.58 -13.9 -19.3 -23.9 -27.9 -31.4 -34.5 -37.2 -39.7 -41.9];% R2
```

```
plot(x1,y1,x2,y2,x3,y3)
```

$Q(\varepsilon)_i$ , рад

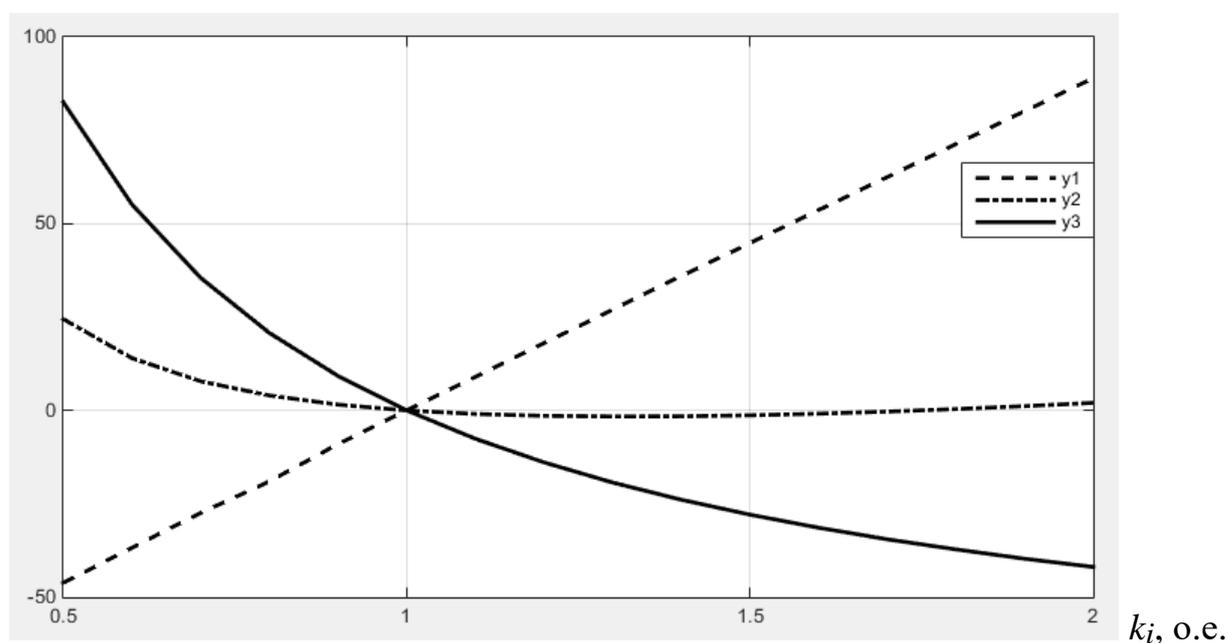


Рис. 2.3. Зависимости  $y_1: Q(\varepsilon)_J = f(J_{var}/J_m)$ ;  $y_2: Q(\varepsilon)_{R1} = f(R_{1var}/R_{1m})$ ;

$$y_3: Q(\varepsilon)_{R2} = f(R_{2var}/R_{2m})$$

Пределы изменения параметров, приведенных в табл. 2.3, определяются неравенством  $0,5\chi_m \leq \chi_{var} \leq 2,0\chi_m$ .

Проведем анализ показанных на рис. 2.3 зависимостей. График  $y_1$  является практически линейным и характеризуется меньшими значениями времени нарастания  $t_{\Pi}$  переходного процесса  $\omega_{var}(t)$  и отрицательным  $Q(\varepsilon)_J$ , который по мере увеличения отношения  $J_{var}/J_m$  растет, что соответствует замедлению пуска.

График  $y_2$  отличается наименьшими значениями критерия  $Q(\varepsilon)$  во всем диапазоне изменения сопротивления статора, что говорит о малом влиянии  $R_1$  на переходный процесс и подтверждается теоретическими положениями, поскольку активным сопротивлением статора зачастую пренебрегают при расчетах.

Характер влияния вариаций сопротивления ротора подобен влиянию изменения взаимной индуктивности и с ростом величины  $R_2$  переходные процессы в АЭМП протекают с большими быстродействием и колебательностью по сравнению с эталонным процессом.

Результаты проведенного экспериментально-аналитического исследования позволяют оценить влияние параметров АЭМП на показатели качества переходного процесса  $\omega(t)$  и сравнить полученные с применением компьютерного эксперимента данные с теоретическими сведениями и/или экспериментом на реальной машине [58 – 61].

Представленные выше зависимости  $Q(\varepsilon)_i = f(k_i)$  получены при изменении одного параметра при фиксированных номинальных значениях остальных параметров АЭМП. Очевидно, что нестабильный характер могут иметь не только собственные параметры электромеханического преобразователя, но и параметры нагрузки. Проведем исследование данного явления в следующем разделе работы.

### 2.2.2. Исследование динамических характеристик асинхронного электромеханического преобразователя при изменяющихся параметрах нагрузки

Характер переходных процессов в электрических машинах, как было сказано

выше, зависит от параметров, входящих в уравнения электромеханического преобразования энергии, а также от параметров нагрузки. Наиболее показательными являются процессы пуска асинхронных двигателей серии 4А мощностью 10 – 75 кВт [45].

Следует отметить, что момент нагрузки  $M_c$  на валу двигателя в общем случае является случайной функцией или функцией времени [62]. При осуществлении технологических процессов, связанных с обработкой масс, поступающих к исполнительным органам рабочих машин или выходящих от них в виде некоторого продукта, переменными являются инерционные параметры электромеханической системы (масса, момент инерции), например, в приводах рулонов, барабанов, веретен с наматывающимися на них или разматывающимися с них нитями, полотнами, проволоками, лентами.

На данном этапе исследования произведем статистический анализ влияния изменений параметров нагрузки (приведенных момента сопротивления  $M_c$  и момента инерции  $J_H$ ) асинхронного электромеханического преобразователя, описанного системой дифференциальных уравнений (1.34). Дополним выражения (1.34) уравнением механического равновесия, учитывая нестабильные параметры нагрузки

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{M - M_c(t)}{J_H(t)}. \quad (2.9)$$

Для детального анализа влияния момента инерции и момента сопротивления на динамику АЭМП построена Simulink-модель электромеханического преобразования энергии в асинхронном двигателе (рис. 2.4), из которой следует, что динамические процессы зависят от перекрестных связей, образованных по соответствующим координатам [46].

Данная схема позволяет проанализировать тенденции изменения выходных координат асинхронной машины (момента  $M$  и скорости  $\omega$ ) при изменениях указанных параметров нагрузки [63, 64]. Параметры модели задаются в командном

окне MatLab и могут быть произвольно изменены в соответствии с решаемой задачей.

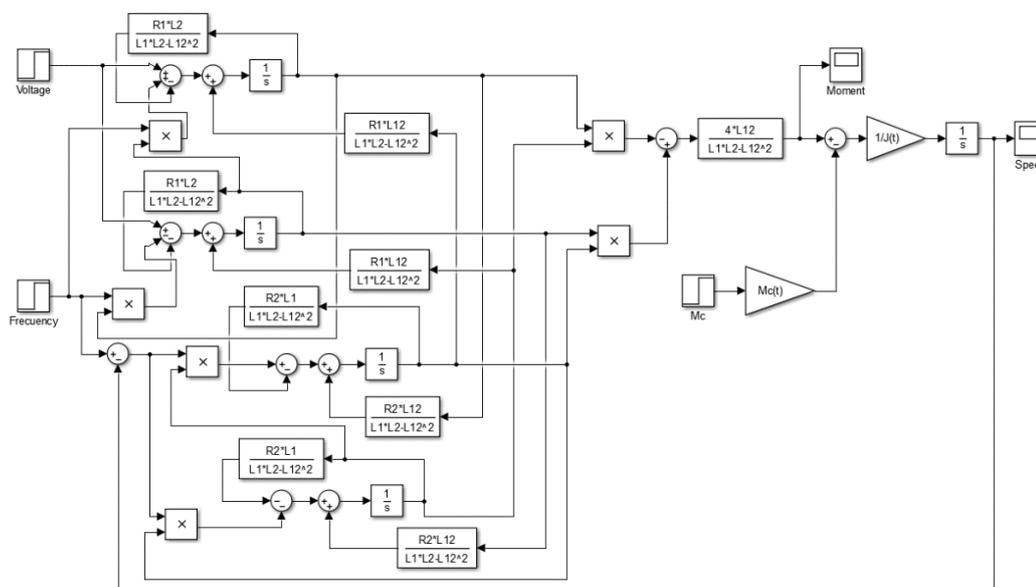


Рис. 2.4. Simulink-модель электромеханического преобразования энергии в асинхронном двигателе

Паспортные данные и необходимые значения параметров двигателя типа 4А180М4 представлены в таблице 2.1.

Примем к рассмотрению гипотезу, что момент сопротивления и момент инерции нагрузки являются случайными величинами с нормальным законом распределения [65, 66].

Для расчета случайного распределения приведенного момента инерции воспользуемся следующей программой в MatLab:

```
Jmin=0.2245; % нижняя граница диапазона
```

```
Jmax=0.3143; % верхняя граница диапазона
```

```
Jvar=Jmin+(Jmax-Jmin)*rand(1,30) % матрица случайных значений размерностью (1x30)
```

График изменений момента инерции представлен на рис. 2.5.



Рис. 2.5. График изменений момента инерции

Аналогично рассчитаем момент нагрузки:

$M_{\min}=30$ ; % нижняя граница диапазона

$M_{\max}=70$ ; % верхняя граница диапазона

$M_{\text{свар}}=M_{\min}+(M_{\max}-M_{\min})*\text{rand}(1,30)$  % матрица случайных значений  
размерностью (1x30)

График изменений момента нагрузки представлен на рис. 2.6.



Рис. 2.6. График изменений момента нагрузки

Полученные 30 значений изменяющихся величин задаем в виде вектора-строки в блоках Gain  $M_c(t)$  и  $1/J(t)$  (см. рис. 2.4).

Для моделирования пуска АЭМП с переменными моментом нагрузки и моментом инерции целесообразно осуществить дискретную аппроксимацию аналоговой структуры, показанной на рис. 2.4, что позволяет получить устойчивый процесс решения в виде графиков выходных переменных  $M$  и  $\omega$  при условии задания 30 значений  $M_c$  и  $J$  согласно нормального распределения [67 – 69].

В соответствии с методом трапеций выходная координата

$$y(n) = y(n - 1) + K[t(n) - t(n - 1)][u(n) + u(n - 1)]/2, \quad (2.10)$$

т.е. блоки непрерывных интеграторов  $1/s$  заменяем на блоки интеграторов дискретного времени Discrete-Time Integrator с периодом дискретности 0,001 с. Данное обстоятельство позволит получить массив данных результатов моделирования в табличной форме для дальнейшей статистической обработки.

С целью сохранения результатов моделирования в рабочей области (Workspace), необходимо на панели Parameters осциллографа Scope во вкладке History отметить действие Save Data to workspace (рис. 2.7). Результаты будут доступны в рабочей области в виде массивов ScopeData (рис. 2.8).

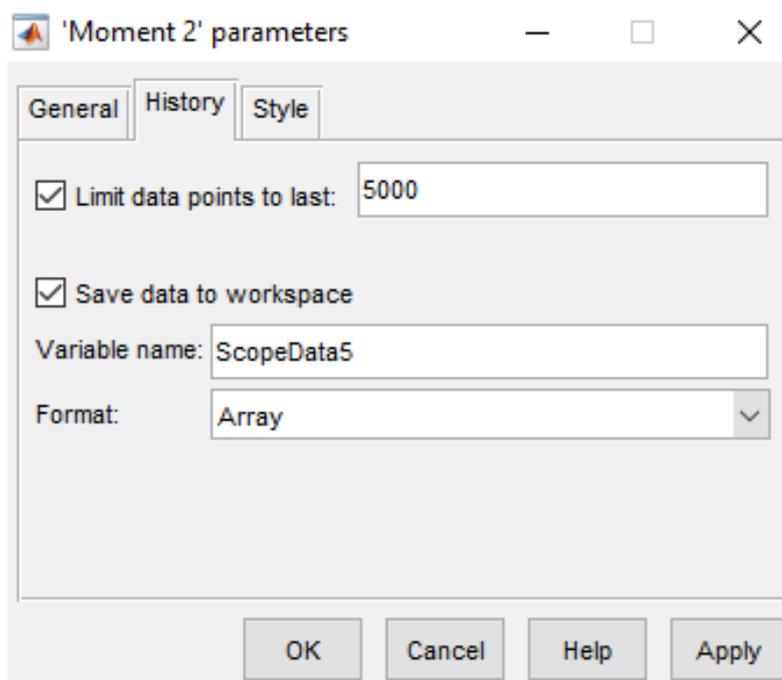


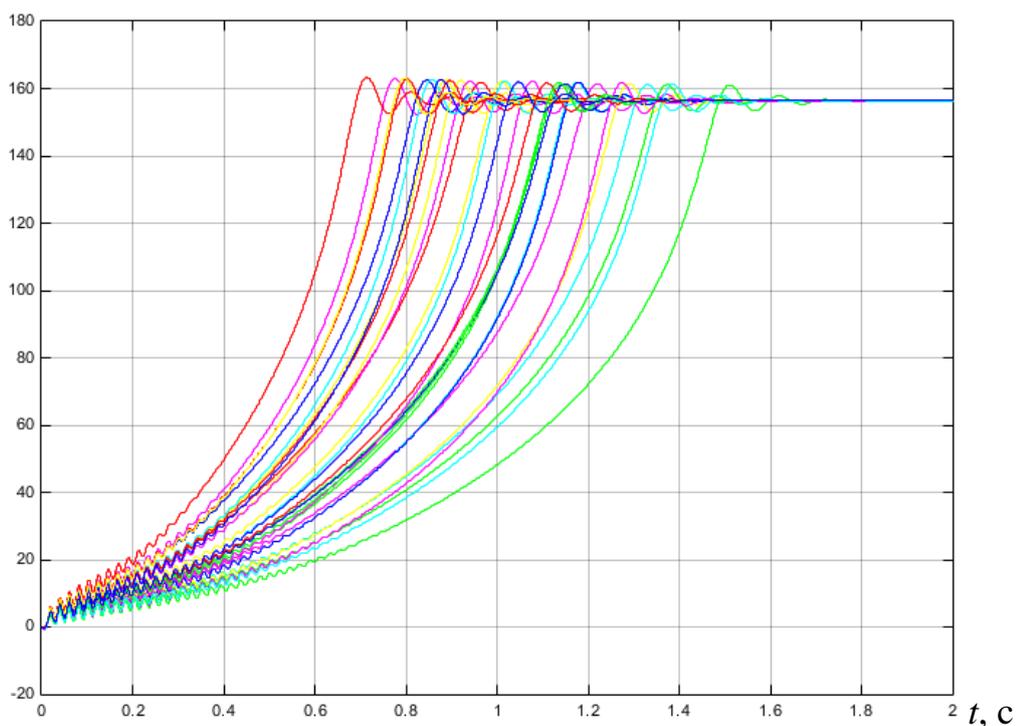
Рис. 2.7. Окно модели блока Scope

Name ▲	Value
J	0.2245
L1	0.0500
L12	0.0489
L2	0.0510
R1	0.1600
R2	0.0780
ScopeData	2001x31 double
ScopeData10	2001x31 double
ScopeData2	2001x2 double
ScopeData3	2001x31 double
ScopeData5	2001x31 double
ScopeData6	1x1 struct
tout	1000x1 double
w	2001x31 double

Рис. 2.8. Окно рабочей области (workspace)

Совокупность графиков переходных процессов пуска при 30 различных значениях параметров нагрузки представлены на рис. 2.9 – 2.12.

$\omega(t)$ , рад/с

Рис. 2.9. Графики зависимостей  $\omega(t)$  при пуске

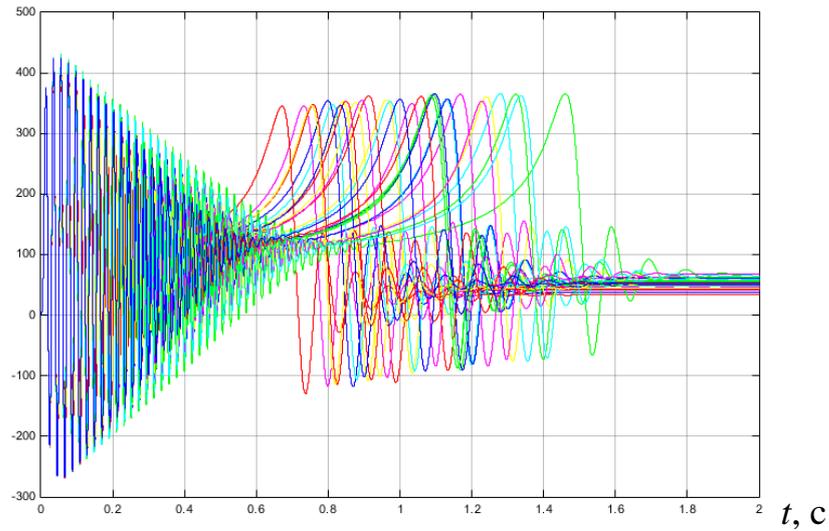
$M(t), \text{Н}\cdot\text{м}$ 


Рис. 2.10. Графики зависимостей  $M(t)$  при пуске

Анализ результатов моделирования (рис. 2.9, 2.10) показывает, что указанные изменения сказываются на установившихся значениях скорости вращения  $\omega$  и вращающего момента  $M$ , а также влияют на время пуска АЭМП и колебательность переходного процесса. На рис. 2.11, 2.12 показана совокупность графиков переходных процессов, характеризующих невязку под действием изменяющихся параметров нагрузки.

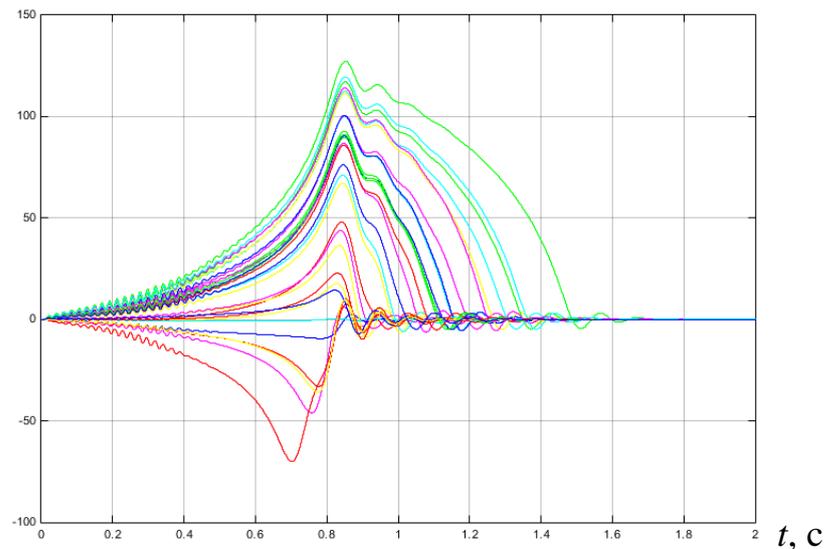
 $\varepsilon_{\omega}(t), \text{рад/с}$ 


Рис. 2.11. Графики невязки  $\varepsilon_{\omega}(t)$ , характеризующие  
дополнительное движение

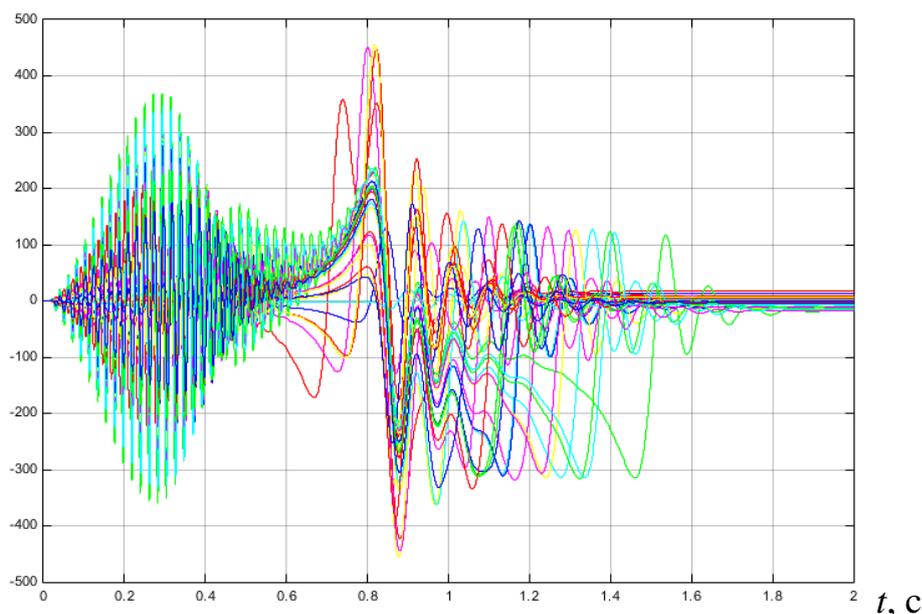
$\varepsilon_M(t), \text{ Н}\cdot\text{м}$ 


Рис. 2.12. Графики невязки  $\varepsilon_M(t)$ , характеризующие дополнительное движение

Анализ рисунков 2.11, 2.12 показывает, что важную роль при исследовании динамических процессов ЭМП играет направление изменения параметра (по отношению к номинальному значению), вызвавшего дополнительное движение, что отражает характер переходного процесса ЭМП, в частности, время установления и динамическую погрешность.

Невязку можно представить в виде выражения

$$\varepsilon_{\omega}(t) = \omega_{\text{var}}(t) - \omega_m(t), \quad (2.11)$$

где координата  $\omega_m(t)$  отражает эталонный переходный процесс, а  $\omega_{\text{var}}(t)$  – переходный процесс при наличии возмущения. Аналогично выглядят соотношения и для момента  $M$ . Полученные графики позволяют провести детальный статистический анализ с определением математического ожидания и среднеквадратического отклонения [70]. Сохраненные данные необходимо транспонировать с применением апострофа ( $E = A'$ ; % E – транспонированная матрица A) для

получения массива размерностью  $31 \times 2001$ , где значение 2001 соответствует номерам отсчётов  $k = 0 \dots 2001$ . Переход к единицам времени осуществляется по формуле  $t = k/1000$ .

Статистический анализ результатов моделирования выполняется согласно приведенной программы с помощью соответствующих операторов:

```
v=[·]; % значения скорости вращения размерностью 2001x31
w=v'; % значения скорости вращения размерностью 31x2001
mw=mean(w); % математическое ожидание скорости вращения
plot(mw) % график математического ожидания скорости вращения
dv=[·]; % значения невязки скорости вращения размерностью 2001x31
dw=dv'; % значения невязки скорости вращения размерностью 31x2001
mdw=mean(dw); % математическое ожидание невязки скорости вращения
plot(mdw) % график математического ожидания невязки скорости вращения
Sw=std(w); % среднеквадратическое отклонение скорости вращения
plot(Sw) % график среднеквадратического отклонения скорости вращения
Sdw=std(dw); % среднеквадратическое отклонение невязки скорости вращения
plot(Sdw) % график среднеквадратического отклонения невязки скорости вращения
```

Аналогичные программы записываются для вероятностной оценки изменений вращающего момента. Результаты моделирования представлены на рис. 2.13 – 2.16. На рис. 2.13 показан график математического ожидания скорости вращения

$$m_x = \bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \dots + \omega_i + \dots + \omega_n}{n}, \quad n = 30 \quad (2.12)$$

в зависимости от дискретных отсчетов  $k$ . Переход к единицам времени осуществляется по формуле  $t = k/1000$ .

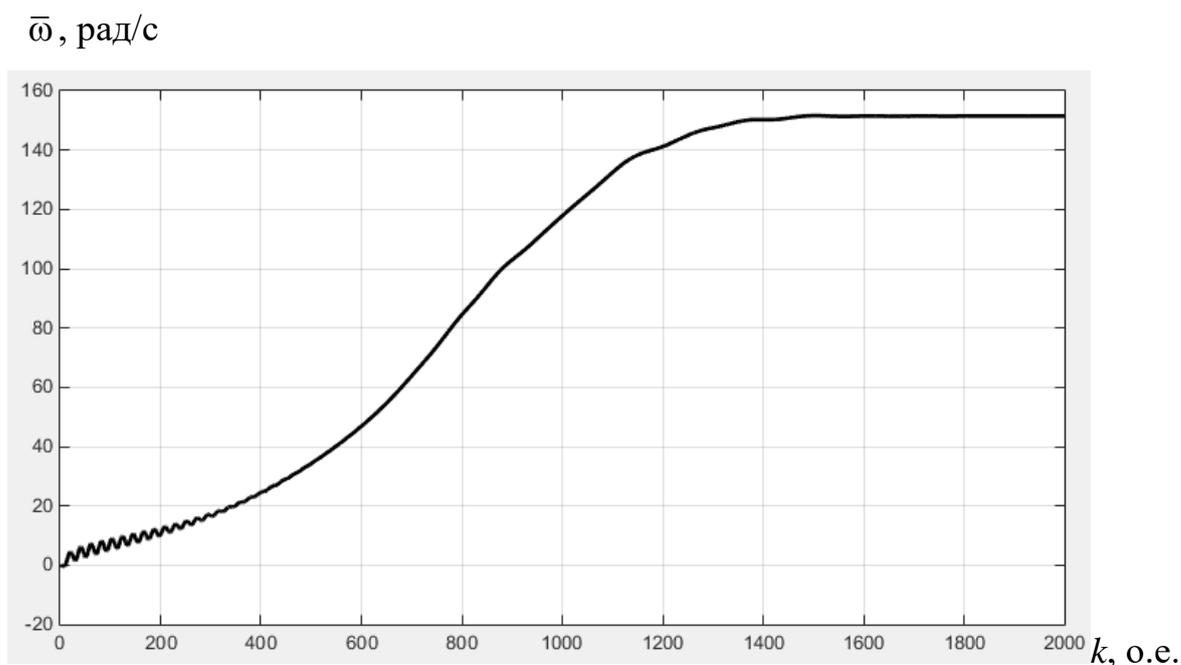


Рис. 2.13. График математического ожидания скорости вращения  $\omega$

Из рисунка видно, что график математического ожидания  $\omega$  АЭМП характеризуется отсутствием перерегулирования и установившимся значением 153 рад/с, что соответствует среднему значению скорости вращения при случайных изменениях параметров нагрузки. Время установления «усредненного» переходного процесса относительно велико и составляет около 1,5 с, т.е. отвечает максимальному первому времени достижения установившегося значения при исследуемых изменениях параметров нагрузки (см. рис. 2.9).

Рис. 2.14 иллюстрирует среднее значение невязки скорости вращения, максимальная величина которого достигает 62 рад/с через 0,83 с. Математическое ожидание невязки  $\Delta\bar{\omega}$  положительно во всем диапазоне времени моделирования, что говорит о преобладающем влиянии на характер переходного процесса по скорости вращения изменений момента инерции, поскольку последний варьировался от минимального значения только в сторону увеличения, способствуя увеличению длительности переходного процесса и обуславливая положительный знак невязки. Установившееся значение математического ожидания  $\bar{\varepsilon}_{\omega}$  равно нулю.

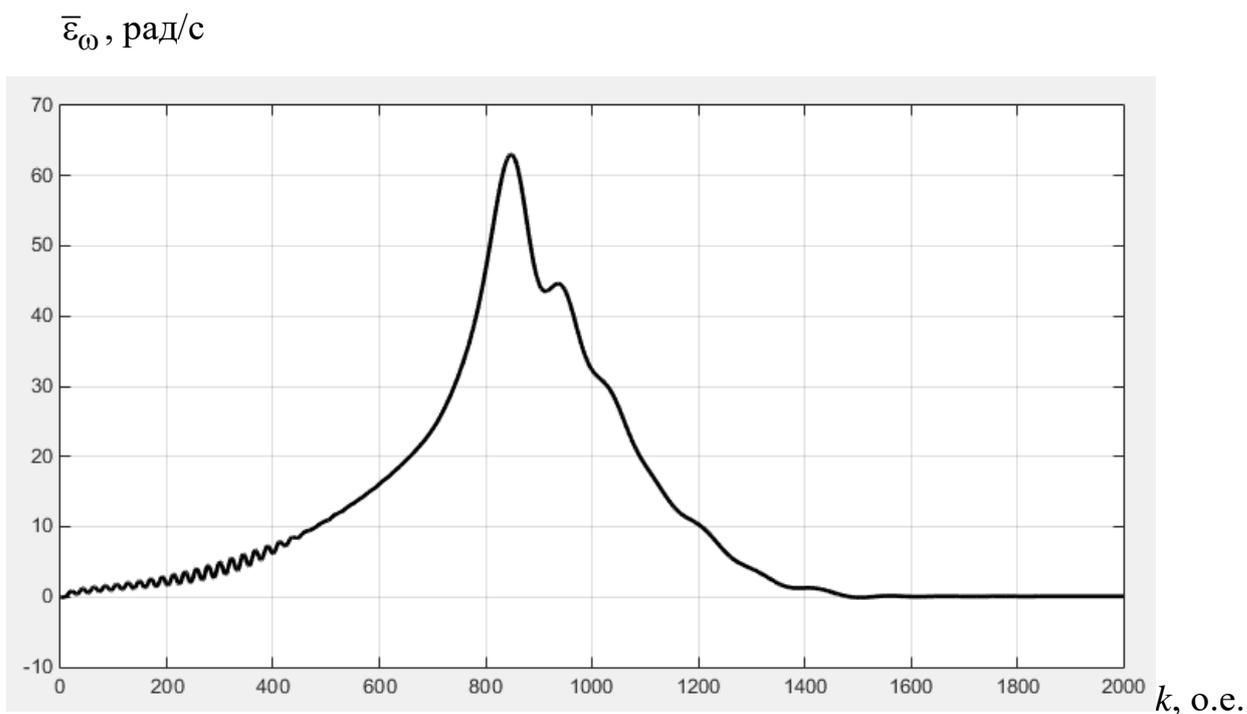


Рис. 2.14. График математического ожидания невязки скорости вращения

$\bar{M}$ , Н·м



Рис. 2.15. График математического ожидания вращающего момента  $M$

График математического ожидания вращающего момента характеризуется меньшими значениями положительного и отрицательного максимумов момента по

сравнению с графиками на рис. 2.10, а также «сглаженностью» переходного процесса, т.е. отсутствием выраженных колебаний при пуске на 0,6...1,6 с моделирования. Среднее установившееся значение момента составляет около 50 Н·м, что соответствует номинальной нагрузке.

$\bar{\varepsilon}_M$ , Н·м



Рис. 2.16. График математического ожидания невязки  $\bar{\varepsilon}_M$

Представленный на рис. 2.16 график иллюстрирует влияние вариаций момента нагрузки  $M_c$  и характеризуется нескомпенсированными знакопеременными колебаниями на 0,8...0,9 с моделирования. При этом среднее установившееся значение невязки стремится к нулю, т.е. изменения  $M_c$  в заданном диапазоне не являются критичными.

Показанный подход для исследования влияния вариаций параметров нагрузки позволяет обеспечить проведение статистического анализа математической модели электрической машины и на его основании определить косвенные зависимости, необходимые для идентификации параметров при воздействии внешних и параметрических возмущений, обусловленных особенностями эксплуатации АЭМП.

### 2.3. Анализ динамических характеристик вентильного двигателя при нестабильных параметрах

В настоящее время вентильные двигатели (ВД) находят широкое применение в составе автоматизированных систем управления, применяемых в робототехнике, электрическом транспорте, металлургической и нефтегазовой промышленности, а также являются одним из основных узлов агрегатов и комплексов, обеспечивающих автоматизацию производственных и технологических процессов. Вентильный двигатель представляет собой электромеханическую систему, в которой объединены синхронная машина с возбуждением от постоянных магнитов, датчик положения ротора и полупроводниковый коммутатор обмоток статора, управление которым осуществляется в функции угла поворота ротора.

Объектом исследования является синхронная машина вида PMSM (Permanent Magnet Synchronous Motor) с постоянными магнитами и синусоидальной формой фазных противоЭДС, обмотки статора которой выполняются ненасыщенными для формирования кругового потокосцепления поля статора с ротором. Наиболее распространенной областью применения таких машин является их использование в электроприводах с преобразователями частоты. По управлению ВД и вентильные электроприводы на их основе могут быть с векторным и скалярным управлением. Векторное управление имеет целый ряд преимуществ по сравнению со скалярным. Оно используется для получения высокой стабильности электромагнитного момента и частоты вращения, а также для обеспечения максимально широкого диапазона регулирования. Обеспечивает плавный старт и плавное вращение двигателя во всем диапазоне частот. Характеризуется быстрой реакцией на изменение нагрузки: при изменении нагрузки практически не происходит изменения скорости вращения. Снижаются потери на нагрев и намагничивание, повышается КПД электродвигателя [71, 72].

Однако реализация векторного управления является сложной задачей, в частности из-за более сложного алгоритма управления и большего количества элементов. Возможны колебания скорости вращения при постоянной нагрузке. Кроме

того, векторное управление обязательно требует достоверной информации о параметрах электрической машины [73 – 75]. К таким параметрам можно отнести активные сопротивления и индуктивности обмоток, которые, как правило, не приводятся в справочной литературе, либо их значения не обладают достоверной точностью, отличаясь от реальных значений. Таким образом, оценка изменений параметров ВД для формирования качественного процесса управления является актуальной задачей [76].

Целью данного этапа исследования является анализ динамических процессов ВД при вариациях его параметров в широком диапазоне на основе обобщённого интегрального критерия (2.7), который дает возможность определить не только величину, характеризующую невязку  $\varepsilon(t)$  между объектом и моделью, но и её знак. Соответствующая структурная схема представлена на рис. 2.17.

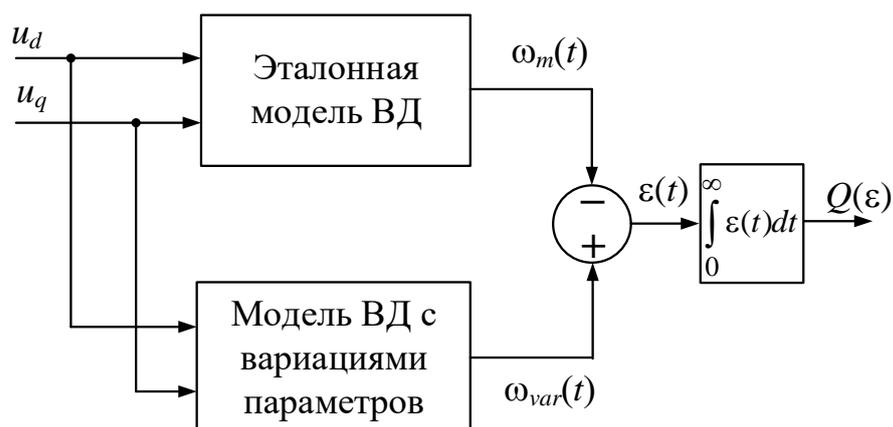


Рис. 2.17. Структурная схема вычисления  $Q(\varepsilon)$

Математическое описание ВД во вращающейся системе координат ротора  $d$ ,  $q$  с учетом нестационарности параметров представлено системой операторных уравнений (2.13), полученной на основе уравнений (1.35). Соответствующая структурная схема приведена на рис. 2.18.

$$\left. \begin{aligned} U_d &= R(t)(T_d s + 1)i_d + \omega L_q(t)i_q; \\ U_q &= R(t)(T_q s + 1)i_q + \omega L_d(t)i_d - \Phi_0 \omega; \\ M &= \frac{3}{2} p \left( \Phi_0 i_q + (L_d(t) - L_q(t)) i_d i_q \right); \\ s\omega_2 &= \frac{M - M_c}{J}, \quad \omega = p\omega_2. \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

В представленных уравнениях  $U_d, U_q$  – проекции напряжения статора на соответствующие оси;  $R$  – сопротивление статорной обмотки;  $T_d = \frac{L_d}{R}, T_q = \frac{L_q}{R}$  – постоянные времени обмотки статора по продольной и поперечной осям;  $s$  – оператор Лапласа;  $i_d, i_q$  – проекции тока статора на соответствующие оси;  $L_d, L_q$  – индуктивность обмотки статора по продольной и поперечной осям;  $\Phi_0$  – проекция потока сцепления ротора на продольную ось  $d$ ;  $\omega_2, M, M_c$  – механическая угловая скорость, электромагнитный момент, момент нагрузки;  $J$  – момент инерции ротора.

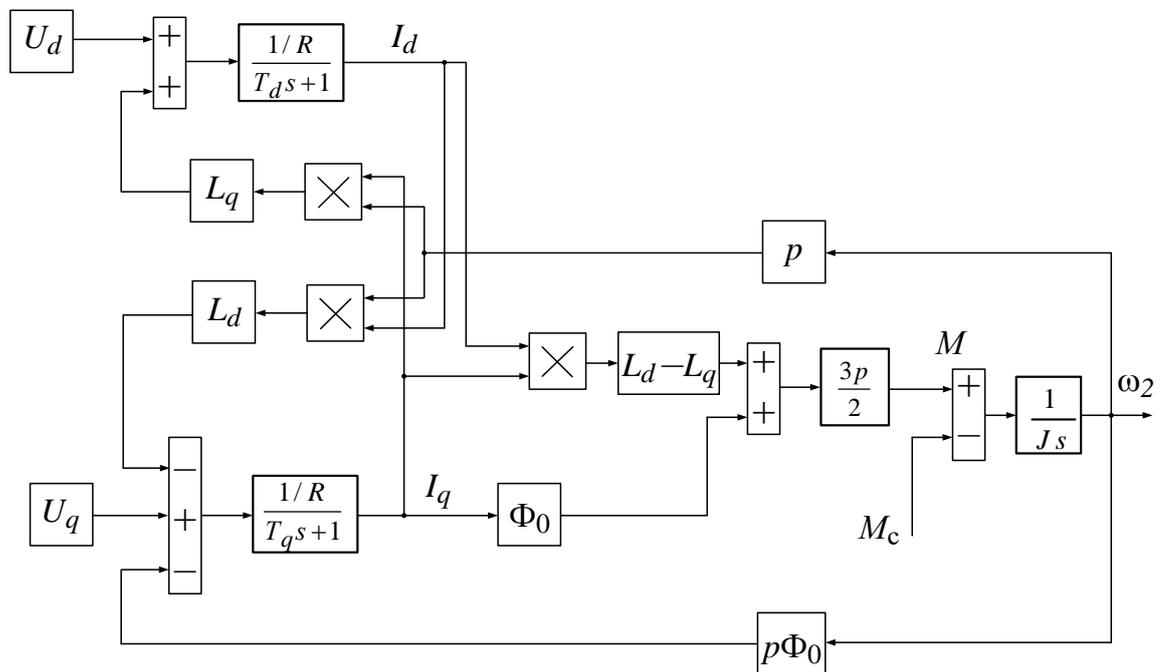


Рис. 2.18. Структурная схема динамической модели ВД во вращающейся системе координат

Напряжения  $U_d, U_q$  можно задавать независимо друг от друга, а можно их значения увязать с начальной установкой датчика положения ротора  $\varphi_0$ , как это показано на рис. 2.19.

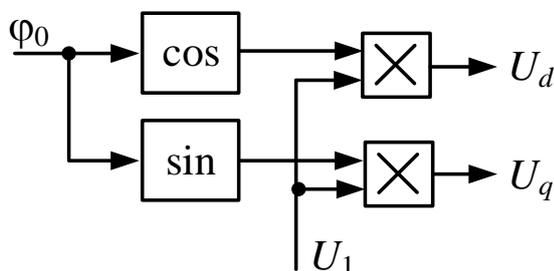


Рис. 2.19. Схема формирования проекций напряжений статора

В этом случае напряжения  $U_d, U_q$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned} U_d &= u_1 K_{cp} \cos \varphi_0 = U_1 \cos \varphi_0, \\ U_q &= u_1 K_{cp} \sin \varphi_0 = U_1 \sin \varphi_0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

В реверсивных системах реализуются соотношения  $U_d = 0, U_q = U_1$ .

Структурная схема ВД (рис. 2.18) характеризуется наличием перекрестных связей по переменным состояния  $I_d, I_q$  в уравнениях равновесия ЭДС на обмотках и добавочным слагаемым момента в уравнении равновесия моментов на валу ВД. Этот момент возникает вследствие наличия в роторе явно выраженных полюсов и называется реактивным моментом синхронной машины.

Перекрестные связи при нулевом значении напряжения  $U_d$  вызывают появление тока продольной составляющей  $i_d$ . Ток продольной составляющей влияет на суммарный магнитный поток, что сказывается в реакции на скачок управляющего сигнала.

В установившемся режиме момент и ток потребления двигателя определяются из системы (2.13).

$$M = \frac{m}{2} p \Phi_0 \frac{U_1 - \omega \Phi_0}{R(1 + \omega^2 T_d T_q)} + \frac{m}{2} p (T_d - T_q) \frac{\omega T_q (U_1 - \omega \Phi_0)^2}{R(1 + \omega^2 T_d T_q)^2}. \quad (2.15)$$

$$I_1 = \frac{U_1 - \omega\Phi_0}{R(1 + \omega^2 T_d T_q)} \sqrt{1 + (\omega T_q)^2}. \quad (2.16)$$

При малых моментах наблюдается рост скорости, механическая характеристика двигателя в этой области аналогична характеристике двигателя постоянного тока с последовательным возбуждением.

В основе исследования уравнений (2.13) лежит гипотеза о квазистационарности, т.е. скорость изменения параметров существенно ниже скорости изменения переменных состояния.

Эталонные значения параметров вентильного двигателя представлены в табл. 2.4 [50].

Значения параметров вентильного двигателя Таблица 2.4

Напряжение обмотки статора $U$ , В	Активное сопротивление обмотки статора $R$ , Ом	Индуктивность по продольной оси $L_d$ , Гн	Индуктивность по поперечной оси $L_q$ , Гн	Проекция потока на продольную ось $\Phi_0$ , Вб	Момент инерции $J$ , кг·м <sup>2</sup>
200	0,96	0,00525	0,00225	0,183	0,013

Соответствующая структурная схема динамической модели ВД в приложении Simulink представлена на рис. 2.20 [77].

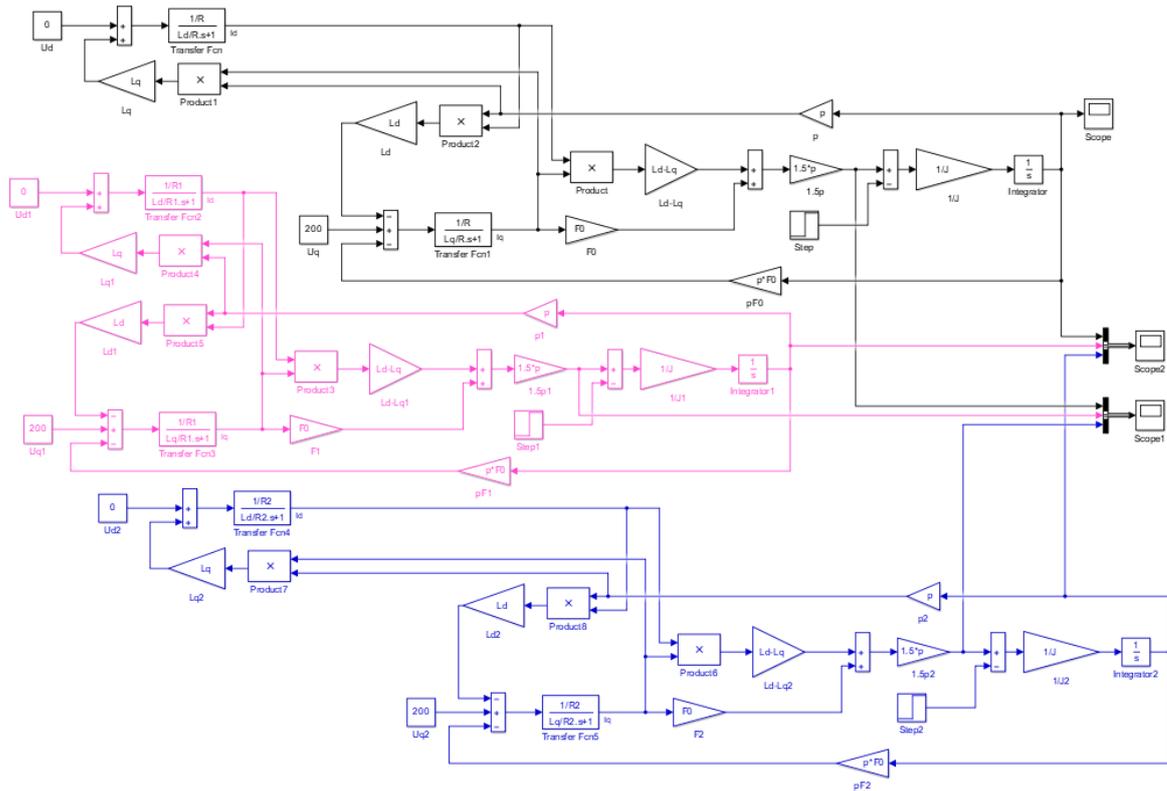


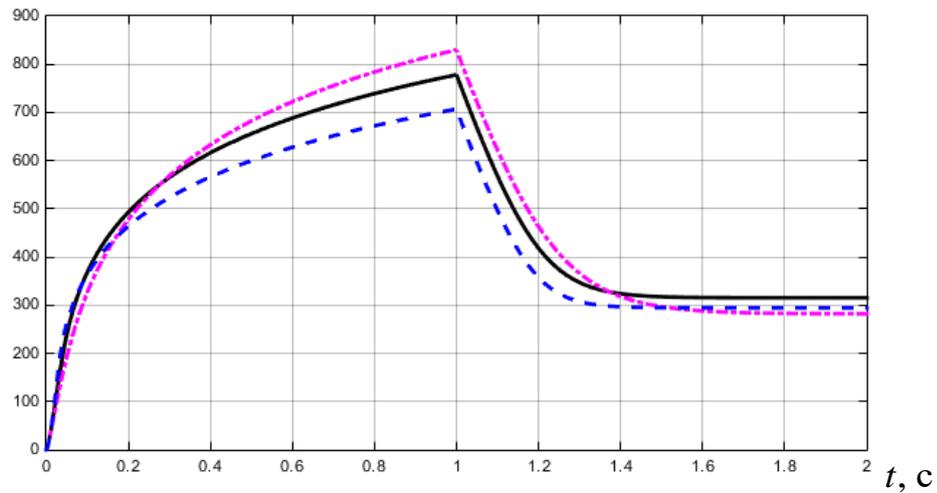
Рис. 2.20. Структурная схема динамической модели ВД в приложении Simulink

Схема состоит из трех подсистем. Верхняя подсистема по цепи воздействий сигналов задания  $U_d, U_q$  является эталонной.

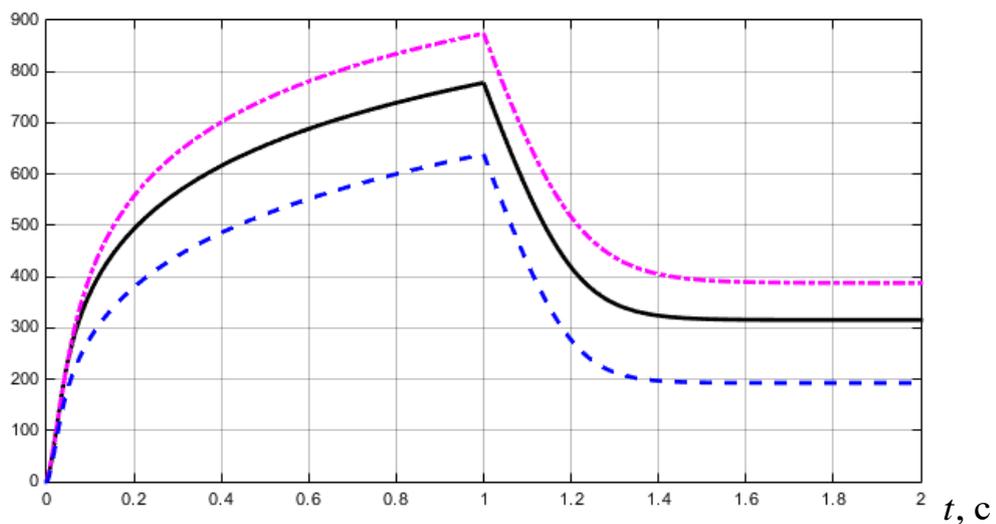
Подсистема, расположенная в центре схемы, представляет собой модель ВД со значениями индуктивностей обмотки статора по продольной и поперечной осям  $L_d, L_q$ , а также активным сопротивлением статорной обмотки  $R$ , увеличенными в два раза.

Нижняя подсистема характеризует динамику ВД со значениями перечисленных выше параметров, уменьшенных в два раза.

Результаты моделирования показаны на графиках переходных процессов  $\omega(t)$  и  $M(t)$ .

$\omega(t)$ , рад/сРис. 2.21. Зависимости  $\omega(t)$  при вариациях  $L_d$ 

Так, на рис. 2.21 переходный процесс эталонной модели показан сплошной линией. При увеличении  $L_d$  соответствующий график имеет вид штриховой линии, при уменьшении  $L_d$  – штрих-пунктирной линии. К моменту наброса нагрузки ( $t = 1$  с) наблюдается максимальное отклонение угловой скорости по отношению к эталонному значению вверх на 60 рад/с, а вниз – на 80 рад/с. В установившемся режиме также имеет место незначительное отклонение угловой скорости вниз от эталонного значения.

 $\omega(t)$ , рад/сРис. 2.22. Зависимости  $\omega(t)$  при вариациях  $L_q$

При изменении индуктивности  $L_q$  (рис. 2.22) наблюдается подобная картина, однако отклонения угловой скорости до приложения нагрузки увеличились практически в 2 раза – на 100 рад/с вверх, на 160 рад/с вниз. Характер графиков в установившемся режиме иной. Так, при уменьшении  $L_q$  угловая скорость увеличилась на 80 рад/с, а при увеличении  $L_q$  – уменьшилась на 110 рад/с. Сопоставляя графики на рис. 2.21 и 2.22 можно сделать вывод о преимущественном влиянии проекции индуктивности обмотки статора на поперечную ось.

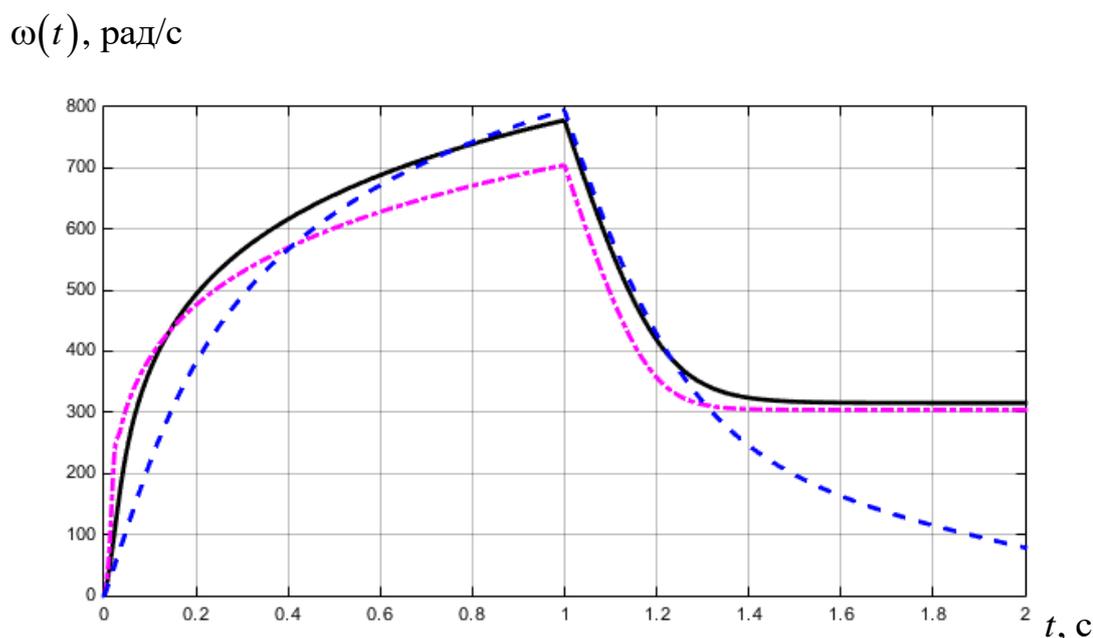


Рис. 2.23. Зависимости  $\omega(t)$  при вариациях  $R$

Влияние активного сопротивления на зависимость  $\omega(t)$  (рис. 2.23) при его увеличении в 2 раза проявляется до 0,5 с с максимальным уменьшением на 100 рад/с на 0,2 с. При увеличении  $R$  в 2 раза максимальное снижение угловой скорости приходится на момент наброса нагрузки на величину 80 рад/с. В установившемся режиме увеличение сопротивления практически не влияет на угловую скорость, а при его уменьшении скорость падает до 100 рад/с.

На рис. 2.24 представлены зависимости  $M(t)$  при изменении индуктивности статора по продольной оси.

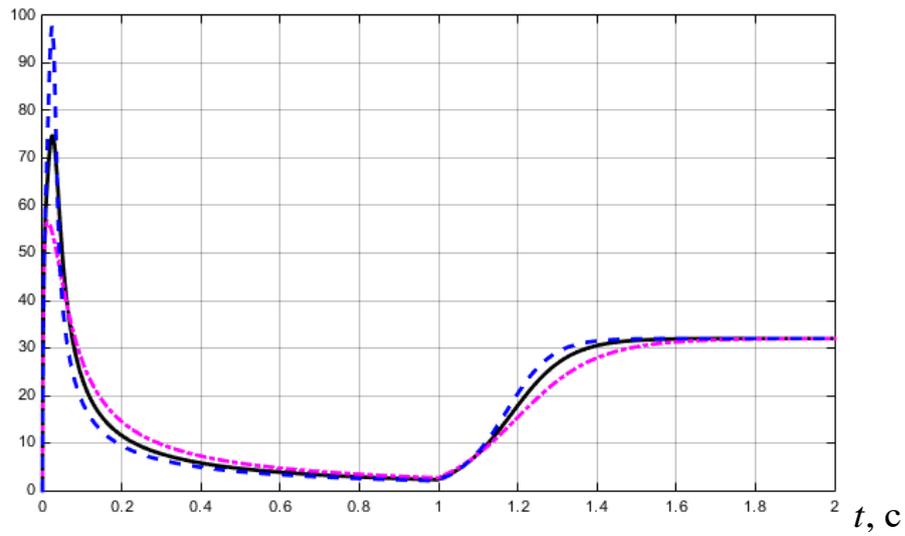
$M(t), \text{Н} \cdot \text{м}$ 


Рис. 2.24. Зависимости  $M(t)$  при вариациях  $L_d$

Изменение индуктивности  $L_d$  проявляется главным образом в начале переходного процесса. Так при её уменьшении в 2 раза максимальное значение момента увеличивается с 75 Н·м до 98 Н·м, а при увеличении индуктивности  $L_d$  – уменьшается до 55 Н·м. В дальнейшем наблюдаются незначительные изменения момента от эталонного значения на 0,2 с. Аналогичные изменения происходят при набросе нагрузки на 1,3 с.

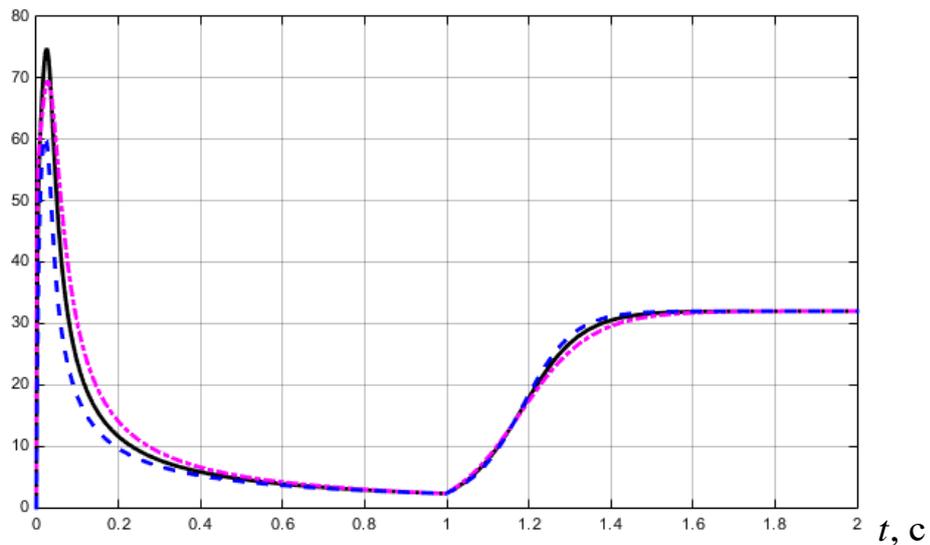
 $M(t), \text{Н} \cdot \text{м}$ 


Рис. 2.25. Зависимости  $M(t)$  при вариациях  $L_q$

При изменении  $L_q$  (рис. 2.25) динамика изменения момента в начале переходного процесса имеет иной характер. Уменьшение  $L_q$  вызывает снижение максимального значения момента с 74 Н·м до 60 Н·м, а увеличение  $L_q$  оказывает незначительное влияние на отклонение момента, вызывая снижение максимального значения на 4 Н·м. В установившемся режиме изменения индуктивности статора по поперечной оси не проявляются.

На рис. 2.26 показаны графики  $M(t)$  при изменении активного сопротивления статора.

$M(t)$ , Н·м

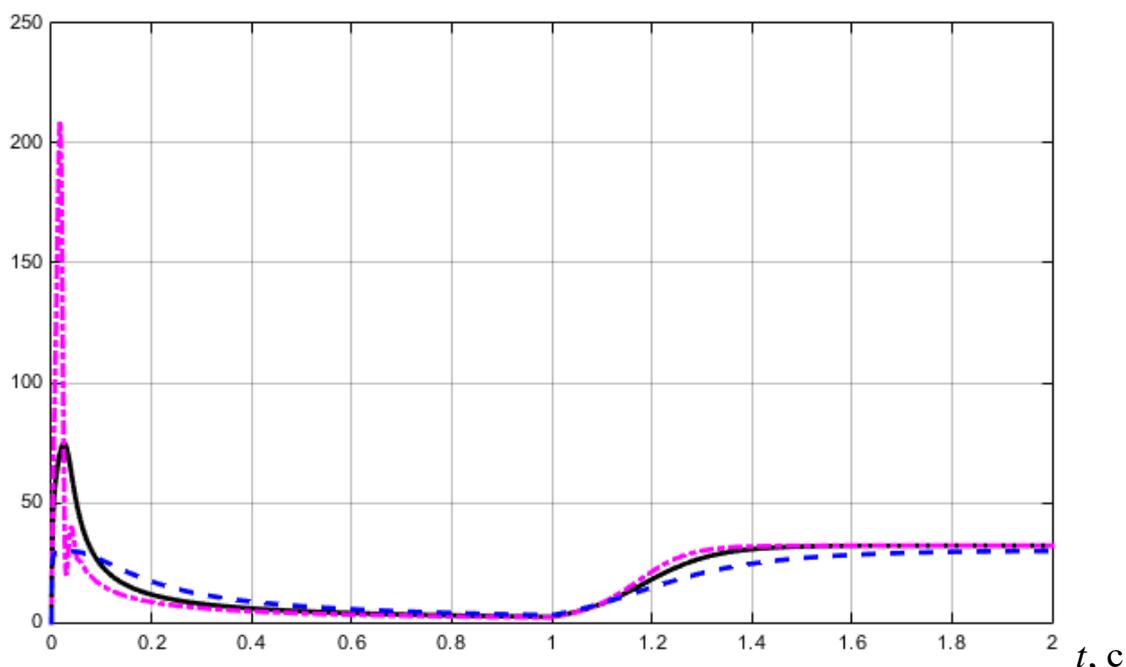


Рис. 2.26. Зависимости  $M(t)$  при вариациях  $R$

Отметим, что вариации активного сопротивления также максимально проявляются на начальном участке изменения момента. При уменьшении сопротивления максимальное значение момента на 140 Н·м превышает эталонное значение, составляющее 70 Н·м. Увеличение сопротивления также заметно сказывается на начальном участке графика, где его величина на превышает 30 Н·м.

Как было отмечено выше, качественная оценка влияния вариаций параметров

с применением линейного ИК позволяет избежать большого количества графиков и объемов моделирования и получить рациональное решение для поставленной задачи.

С этой целью было выполнено решение уравнения (2.7) с применением *MatLab Simulink* независимо для каждого из варьируемых параметров, изменения которых

заданы в относительных единицах  $k_i = \frac{X_{ivar}}{X_{im}}$  по отношению к эталонному значению с соответствующими шагом и диапазоном изменения. Результаты вычислений

линейного интегрального критерия  $Q(\varepsilon)_i$  в зависимости от заданных вариаций  $R$ ,  $L_d$ , и  $L_q$ , представлены в тексте программы, показанной далее:

$L_d$ , и  $L_q$ , представлены в тексте программы, показанной далее:

```
x1=[0.095 0.1 0.12 0.15 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6
1.7 1.8 1.9 2.0 2.2 2.4 2.6 2.8 3.0 3.2 3.4 3.7 4.0 4.2 4.4 4.6 5.0 6.0 7.0 8.0 9.0 10.0];% k
```

```
y1=[88.91 23.37 -0.17 -6.36 -9.14 -9.85 -9.07 -7.83 -6.41
-4.88 -3.29 -1.66 0 1.67 3.36 5.05 6.76 8.47 10.18 11.89 13.61 15.33 17.05 20.51
24 27.43 30.89 34.35 37.82 41.29 46.5 51.7 55.16 58.63 62.1 69.04 86.35 103.6 120.6
137.4 154];% Ld
```

```
x2=[0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0 2.2
2.4 2.6 2.8 3.0 3.1 3.12];% k
```

```
y2=[-16.64 -14.93 -13.19 -11.42 -9.61 -7.77 -5.89 -3.97 -2 0 2.06 4.16 6.32 8.54
10.83 13.19 15.62 18.14 20.75 23.46 29.27 35.69 43 51.76 64.17 77.64 105.7];% Lq
```

```
x3=[0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0 2.2
2.4 2.6 2.8 3.0 3.2 3.4 3.7 4.0 4.2 4.4 4.6 5.0 6.0 7.0 8.0 9.0 10.0];% k
```

```
y3=[165.8 73.16 41.84 26.29 17.18 11.2 7.03 4 1.73 0 -1.34
-2.39 -3.22 -3.86 -4.36 -4.74 -5.02 -5.22 -5.36 -5.44 -5.45
-5.31 -5.05 -4.71 -4.29 -3.82 -3.3 -2.44 -1.53 -0.88 -0.22 0.56 1.86 5.55 9.4 13.35
17.37 21.44];%R
```

```
plot(x1,y1,x2,y2,x3,y3)
```

Обозначения  $x_1, x_2, x_3$  отвечают отношениям  $k_{L_d} = \frac{L_{dvar}}{L_{dm}}, k_{L_q} = \frac{L_{qvar}}{L_{qm}}, k_R = \frac{R_{var}}{R_m}$ , а обозначения  $y_1, y_2, y_3$  – соответствующим значениям линейного интегрального критерия  $Q(\varepsilon)$ . Графики зависимостей  $Q(\varepsilon)_i = f(X_{var} / X_m)$  представлены на рис. 2.27.

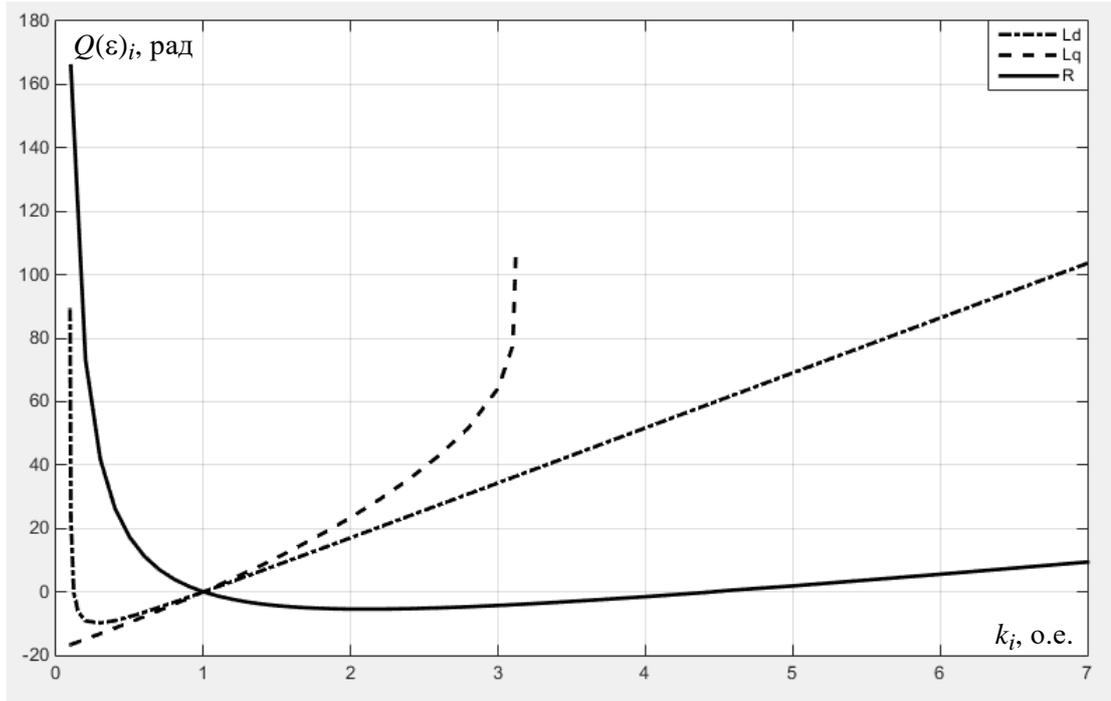


Рис. 2.27. Зависимости  $Q(\varepsilon)_{L_d} = f(L_{d\text{ var}} / L_{dm}), Q(\varepsilon)_{L_q} = f(L_{q\text{ var}} / L_{qm}),$   
 $Q(\varepsilon)_R = f(R_{\text{var}} / R_m)$

Проведем анализ приведенных зависимостей. График функции  $Q(\varepsilon)_{L_d} = f(L_{d\text{ var}} / L_{dm})$  неограниченно возрастает при малых значениях  $L_d < 0,2L_{dm}$ , что недопустимо, достигает минимума при  $L_d \approx 0,3L_{dm}$  и затем изменяется по линейно нарастающему закону, иллюстрируя замедление переходных процессов ВД по мере увеличения отношения  $L_{d\text{ var}} / L_{dm}$ .

График функции  $Q(\varepsilon)_{L_q} = f(L_{q\text{ var}} / L_{qm})$  в области малых величин  $L_q$  характеризуется отрицательными значениями  $Q(\varepsilon)_{L_q}$ , поэтому переходные процессы

в ВД имеют высокое быстродействие и колебательность по сравнению с эталонным процессом. При увеличении отношения  $L_{q \text{ var}} / L_{qm} > 3$  критерий  $Q(\varepsilon)_{Lq}$  стремится к бесконечности, что также недопустимо.

Характер влияния вариаций сопротивления  $R$  подобен влиянию изменения индуктивности  $L_d$  и с ростом величины  $R$  критерий  $Q(\varepsilon)_R$  приобретает линейно нарастающий характер.

Подводя итог проведенного анализа, отметим, что для эксплуатации ВД диапазон изменения указанных параметров следует ограничить допустимым диапазоном в пределах 20%-го изменения для индуктивности и 50%-го – для активного сопротивления. На этапе проектирования систем с ВД учет диапазона изменения параметров является решающим с точки зрения обеспечения работоспособности всей системы управления в целом.

Результаты проведенного экспериментально-аналитического исследования позволяют оценить влияние указанных параметров ВД на показатели качества переходного процесса  $\omega(t)$  и сравнить полученные с применением компьютерного эксперимента данные с теоретическими сведениями или экспериментом на реальной машине.

#### 2.4. Анализ динамических характеристик двигателя постоянного тока независимого возбуждения при нестабильных параметрах

Выше было показано, что математическое описание процессов электромеханического преобразования энергии в машине постоянного тока при неизменности магнитного потока возбуждения может быть представлено в виде линейных выражений (1.26). Тогда при нулевых начальных условиях дифференциальные уравнения электромеханического преобразователя могут быть представлены передаточной функцией

$$W(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{1/c}{\frac{L_a J}{c^2} s^2 + \frac{R_a J}{c^2} s + 1}. \quad (2.17)$$

В качестве объекта исследования рассмотрим двигатель постоянного тока типа 4ПБ112М2Г. Паспортные данные двигателя представлены в таблице 2.5 [47].

Паспортные данные двигателя 4ПБ112М2Г

Таблица 2.5

$U$ , В	$P$ , кВт	$I_a$ , А	$\eta$ , %	$n$ , об/мин	$R_a$ , Ом	$L_a$ , Гн	$J$ , кг·м <sup>2</sup>
220	1,4	8,1	78,5	3000	1,47	0,011	0,015

На основании приведенных данных определим коэффициент противо-ЭДС

$$c = \frac{U - I_a R_a}{\omega} = \frac{220 - 8,1 \cdot 1,47}{314} = 0,663 \text{ В} \cdot \text{с} / \text{рад}. \quad (2.18)$$

На основе применения обобщённого интегрального критерия (2.7) осуществим анализ вариаций трех параметров машины – сопротивления, индуктивности и момента инерции с применением схемы, показанной на рис. 2.1. Вычисленные значения  $Q(\epsilon)$  при заданных относительных изменениях указанных параметров сводим в таблице 2.6.

Графики, соответствующие приведенным в таблице 2.6 данным и показанные на рис. 2.3, построены с применением следующей программы:

```
x1=[0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0]; % k
y1=[-8.32 -6.66 -5 -3.33 -1.66 0 1.66 3.33 5 6.66 8.32 9.9 11.65 13.32 15 16.65]; % J
x2=[0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2.0]; % k
y2=[-8.32 -6.66 -5 -3.33 -1.66 0 1.66 3.33 5 6.66 8.32 9.9 11.65 13.32 15 16.65];%Ra
plot(x1,y1,x2,y2)
```

Значения  $Q(\varepsilon)$  при изменении сопротивления и индуктивности якоря и момента инерции ДПТ. Таблица 2.6

$k$ , о.е.	$Q(\varepsilon)_J$ , рад	$Q(\varepsilon)_{Ra}$ , рад	$Q(\varepsilon)_{La}$ , рад
0,5	-8,32	-8,32	0
0,6	-6,66	-6,66	0
0,7	-5	-5	0
0,8	-3,33	-3,33	0
0,9	-1,66	-1,66	0
1,0	0	0	0
1,1	1,66	1,66	0
1,2	3,33	3,33	0
1,3	5	5	0
1,4	6,66	6,66	0
1,5	8,32	8,32	0
1,6	9,9	9,9	0
1,7	11,65	11,65	0
1,8	13,32	13,32	0
1,9	15	15	0
2,0	16,65	16,65	0

Соответствующие полученным значениям обобщённого интегрального критерия  $Q(\varepsilon)$  зависимости приведены на рис. 2.28. Необходимо отметить, что изменение индуктивности якоря в заданных пределах практически не отразилась на величине  $Q(\varepsilon)_{La}$ , принимающего пренебрежимо малые значения. Это связано с тем, что график невязки при вариациях индуктивности якоря имеет знакопеременный характер и интеграл от невязки близок к нулю.

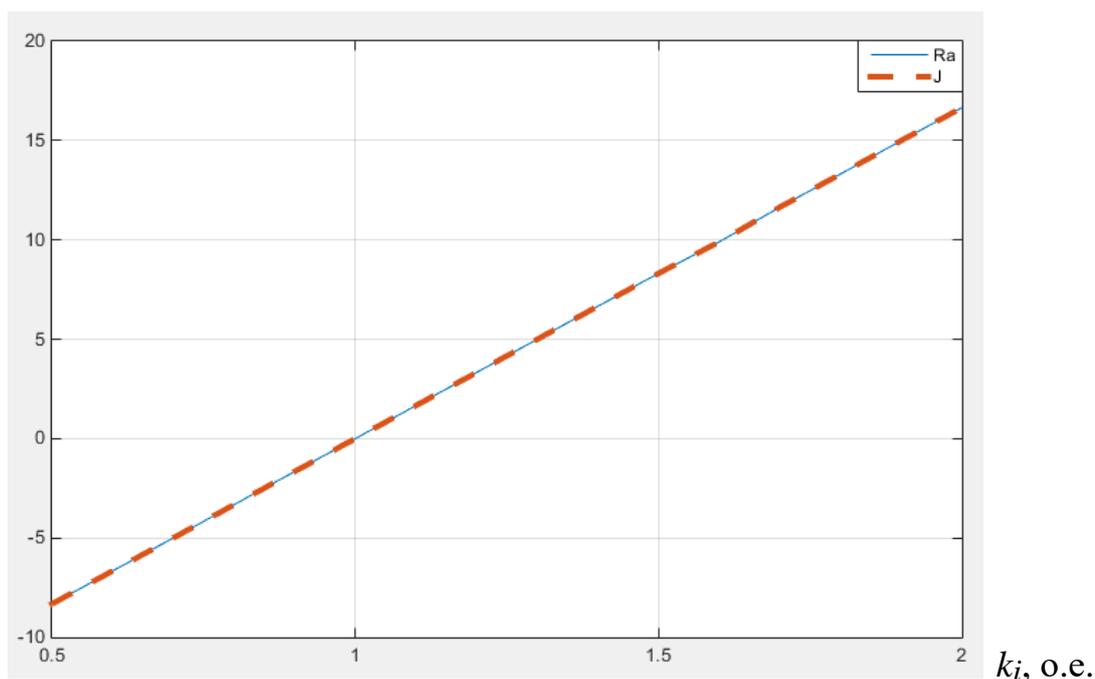
$Q(\varepsilon)_i$ , рад


Рис. 2.28. Зависимости  $Q(\varepsilon)_{R_a} = f(R_{a \text{ var}} / R_{am})$ ,  $Q(\varepsilon)_J = f(J_{\text{var}} / J_m)$

Из анализа приведенных зависимостей видно, что вариации момента инерции  $J$  и активного сопротивления якоря  $R_a$  приводят к одинаковым изменениям выходной координаты электромеханического преобразователя, влияя, в общем случае, на увеличение времени переходного процесса  $\omega(t)$ , прямо пропорциональное росту указанных параметров.

## 2.5. Обоснование выбора электромеханического преобразователя постоянного тока в качестве объекта экспериментального исследования

Проведенные выше исследования влияния вариаций параметров на динамические характеристики электромеханических преобразователей различных типов позволили выявить следующие характерные особенности, в равной степени относящиеся к рассмотренным типам ЭМП:

- 1) электромеханическое преобразование энергии в исследуемых ЭМП имеет единый физический принцип и основывается на общих уравнениях динамики, которые видоизменяются в зависимости от типа машины;
- 2) наиболее чувствительной к вариациям параметров выходной координатой электромеханических преобразователей является угловая скорость вращения ротора ЭМП;
- 3) процедура вычисления обобщённого интегрального критерия на основании информации о невязке  $\varepsilon_{\omega}(t)$  между выходными координатами объекта исследования и его эталонной модели обладает свойством универсальности, т.е. может быть успешно применена для электромеханических преобразователей всех рассмотренных типов.

На основании перечисленных особенностей экспериментальное подтверждение разработанного метода целесообразно произвести с применением электромеханического преобразователя постоянного тока, поскольку его математическое описание является относительно простым и может быть представлено линейными уравнениями второго порядка. При якорном управлении количество нестабильных параметров минимально по сравнению с другими типами исследуемых ЭМП, что позволяет существенно снизить объём вычислений при практической реализации метода. Данные обстоятельства обуславливают применение машины постоянного тока в качестве объекта исследования при апробации метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей с применением градиентного алгоритма вычисления оценок параметров.

**Выводы.** Структурная схема вычисления обобщённого интегрального критерия (рис. 2.1, 2.17) представляет собой универсальный алгоритм, позволяющий получить численное выражение невязки  $\varepsilon_{\omega}(t)$  между выходными координатами объекта исследования и его эталонной модели с учетом знака указанной разности, что дает возможность судить о качественных показателях динамических режимов работы электромеханических преобразователей.

Так, анализ влияния вариаций параметров на динамические характеристики АЭМП показал следующие характерные особенности: интегральный критерий

$Q(\varepsilon)_J$  связан с относительным изменением момента инерции линейной зависимостью и с увеличением отношения  $J_{var}/J_m$  величина  $Q(\varepsilon)_J$  растет, что соответствует увеличению времени пуска и снижению быстродействия; значения  $Q(\varepsilon)_{R1}$  несущественно изменяются при вариациях активного сопротивления статора на заданном интервале, что свидетельствует о малом влиянии  $R_1$  на переходный процесс  $\omega(t)$ ; с увеличением активного сопротивления ротора  $R_2$  переходные процессы в АЭМП протекают с большими быстродействием и перерегулированием по сравнению с эталонным процессом; изменение индуктивностей статора  $L_1$  и ротора  $L_2$  оказывает тождественное влияние на характер переходных процессов АЭМП, которые становятся более инерционными по мере увеличения указанных параметров; увеличение взаимной индуктивности  $L_{12}$  имеет противоположное воздействие и приводит к увеличению быстродействия и колебательности и снижению запасов устойчивости электромеханического преобразователя.

Применение к аналоговой Simulink-модели АЭМП (рис. 2.4) дискретной аппроксимации позволило произвести статистический анализ переходного режима объекта исследования при случайных изменениях параметров нагрузки в соответствии с нормальным распределением. Полученные вероятностные характеристики позволяют сделать вывод о преобладающем влиянии на характер переходного процесса по скорости вращения изменений момента инерции.

Исследование вентильного двигателя с применением обобщённого интегрального критерия позволило определить допустимый диапазон изменения параметров статорной обмотки, ограниченный 20%-м пределом изменения для индуктивности и 50%-м – для активного сопротивления. При этом увеличение индуктивностей по продольной  $L_d$  и поперечной  $L_q$  осям вызывает замедление переходных процессов, т.е. рост величины линейного интегрального критерия. С ростом величины активного сопротивления  $R$  критерий  $Q(\varepsilon)_R$  также возрастает, приобретая линейно нарастающий характер и свидетельствуя о снижении быстродействия.

Анализ ЭМП постоянного тока показал, что изменение индуктивности якоря в заданных пределах не оказало существенного влияния на величину интегрального критерия  $Q(\varepsilon)_{La}$  во всем диапазоне изменения  $L_a$ . Изменения момента инерции  $J$  и активного сопротивления якоря  $R_a$  вызывают одинаковые изменения выходной координаты  $\omega(t)$  машины постоянного тока, указывая на преобладающее влияние электромеханических переходных процессов и сказываясь, в общем случае, на увеличении времени пуска, прямо пропорционального росту указанных параметров.

Предложенный метод анализа с применением эталонной модели и вычислением обобщённого интегрального критерия позволил получить результаты для нелинейных многомерных моделей асинхронного электромеханического преобразователя и вентильного двигателя, который целесообразно использовать для решения инженерных задач исследования влияния нестабильных параметров на динамические свойства объектов. Однако при исследовании упрощенной линеаризованной модели машины постоянного тока метод показал малую информативность, что не позволяет четко оценить реакцию выходной координаты ЭМП на вариации параметров.

Кроме того, представленные выше зависимости  $Q(\varepsilon)_i = f(k_i)$  для всех типов ЭМП были получены при изменении одного параметра при фиксированных номинальных значениях остальных варьируемых параметров электрических машин. В этой связи интерес представляет анализ динамических процессов в электромеханических преобразователях при совместном изменении нестабильных параметров с вычислением градиента от невязки  $\varepsilon$  по варьируемым параметрам на основе методов теории чувствительности.

### ГЛАВА 3. АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕОРИИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

#### 3.1. Общие уравнения чувствительности

Качество функционирования технической системы (объекта) зависит главным образом от того, насколько она обеспечивает выполнение задачи, возлагаемой на объект, обслуживаемый данной системой. Общей оценкой качества является некоторый показатель эффективности. Для каждого конкретного объекта показатель эффективности получает своё количественное выражение, после чего различные системы могут сравниваться по этому общему показателю качества или вновь проектируемые системы ориентироваться на достижение максимума этого показателя.

Достижение максимума общей оценки качества функционирования возможно при совокупном выполнении многочисленных требований, определяемых рядом частных количественных оценок, получивших название критериев качества. Все они с разных сторон должны численно характеризовать то, насколько процесс функционирования объекта близок к желаемому или насколько показатели качества этого процесса близки к желаемым [78]. Критерии качества принято условно разделять на четыре группы, хотя в некоторых случаях не удаётся провести чёткую границу, к какой группе относится тот или иной критерий [79, 80].

К первой группе относятся критерии, в той или иной степени использующие для оценки качества сигнал рассогласования (невязки) в различных режимах работы. Это группа критериев, характеризующих точностные характеристики.

Ко второй группе относятся критерии, определяющие запас устойчивого функционирования, т. е. устанавливающие пределы, в которых объект исследования функционирует устойчиво.

Третья группа критериев качества определяет скорость реакции объекта на появление и изменение сигналов задания и возмущений.

К четвёртой группе критериев качества относятся комплексные критерии, дающие оценку некоторых обобщённых свойств, которые могут учитывать все перечисленные выше группы показателей. Обычно это делается при помощи некоторых интегральных оценок кривой переходного процесса.

Перечисленные критерии являются либо числовыми значениями, определяющими те или иные характеристики объекта, либо функционалами, представляющими собой некоторую совокупность характеристик [81].

Параметры электромеханических преобразователей в процессе эксплуатации могут изменяться под действием дестабилизирующих факторов. Очевидно, что и показатели качества функционирования ЭМП, зависящие от его параметров, в этом случае не остаются постоянными [82].

Поэтому возникает задача количественной оценки влияния нестабильных параметров на характеристики процесса функционирования ЭМП, т. е. на показатели качества объекта, с целью разработки в последующем методов и средств для минимизации этого влияния [83, 84, 85].

Получение таких оценок аналитически или методами математического моделирования является предметом теории чувствительности [86, 87].

Пусть в ЭМП по каким-либо причинам меняется совокупность параметров  $\chi$  – вектор нестабильных параметров. Номинальное или эталонное значение этого вектора обозначим через  $\chi_m$ . Допустим, что под влиянием дестабилизирующих факторов вектор  $\chi_m$  изменился на  $\Delta\chi$  и теперь варьированное значение этого вектора можно записать в виде  $\chi = \chi_m + \Delta\chi$ , где  $\Delta\chi$  – отклонение (вариация) вектора  $\chi$ .

Наряду с абсолютной вариацией рассматривают также относительную вариацию  $\delta\chi = \Delta\chi/\chi_m$ .

Если вариация параметра сохраняет постоянное значение или изменяется медленно по сравнению с переходным процессом в системе, то она считается стационарной или квазистационарной. Иначе вариация будет нестационарной.

Рассмотрим некоторую  $i$ -ю координату ЭМП. Изменение этой координаты  $y_i(t, \chi_m)$  во времени в случае, когда параметры сохраняют исходное значение  $\chi_m$ , называется исходным движением. Если параметры изменятся, то движение  $y_i(t, \chi)$  называют варьированным. Различие в этих процессах за счёт изменения параметров

$$\Delta y_i(t, \chi) = y_i(t, \chi) - y_i(t, \chi_m) \quad (3.1)$$

называется дополнительным движением. Дополнительное движение может быть разложено в ряд Тейлора по приращению вектора нестабильных параметров  $\Delta \chi$  в окрестностях его номинального значения:

$$\Delta y_i(t, \chi) = \left. \frac{\partial y_i(t, \chi)}{\partial \chi} \right|_{\chi=\chi_m} \Delta \chi + \frac{1}{2!} \left. \frac{\partial^2 y_i(t, \chi)}{\partial \chi^2} \right|_{\chi=\chi_m} (\Delta \chi)^2 + \dots \quad (3.2)$$

или

$$\Delta y_i(t, \chi) = G_{\chi}^{(1)y_i}(t) \Delta \chi + \frac{1}{2!} G_{\chi}^{(2)y_i}(t) (\Delta \chi)^2 + \dots, \quad (3.3)$$

где  $G_{\chi}^{(k)y_i}(t)$  – функция чувствительности  $k$ -го порядка координаты  $y_i(t)$  к изменению вектора параметров  $\chi$ .

При нескольких изменяющихся параметрах  $\chi_1, \chi_2, \dots$  рассматривают  $n$  функций чувствительности и выражение (3.3) в этом случае принимает следующий вид:

$$\Delta y_i(t, \chi) = \sum_{i=1}^n G_{\chi_i}^{(1)y_i}(t) \Delta \chi_i + \frac{1}{2!} \sum_{i=1}^n G_{\chi_i}^{(2)y_i}(t) (\Delta \chi_i)^2 + \dots, \quad (3.4)$$

где

$$G_{\chi_i}^{(k)y_i}(t) = \left. \frac{\partial^k y_i(t, \chi_1, \dots, \chi_n)}{\partial \chi_i^k} \right|_{\substack{\chi_1=\chi_{10} \\ \dots \\ \chi_n=\chi_{n0}}}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Следует отметить, что применение функций чувствительности предполагает выполнение гипотезы о квазистационарности нестабильных параметров, что позволяет пренебречь нелинейными членами разложения (3.4) и получить линейные

уравнения чувствительности, в том числе и для ЭМП, описываемых нелинейными соотношениями.

Функции чувствительности могут быть найдены не только для координат объекта, но и для любой из его характеристик или показателей качества [88].

Пусть качество ЭМП характеризуется некоторым показателем  $Q$ . Предположим, что имеется только один варьируемый параметр  $\chi$ . Очевидно, что  $Q = f(\chi)$ . Если  $\chi_m$  и  $Q_m$  – исходные значения варьируемого параметра и показателя качества, то  $Q_m = f(\chi_m)$  и  $\Delta Q = Q - Q_m$ . Относительные вариации параметра и показателя качества будут  $\delta\chi = \Delta\chi/\chi_m$  и  $\delta Q = \Delta Q/Q_m$ .

Количественно чувствительность системы характеризуется отношением  $\delta Q/\delta\chi$ . Чем больше это отношение, тем в большей степени изменение параметра влияет на качество системы, т. е. тем чувствительнее система к вариациям данного параметра. Это отношение называют коэффициентом влияния вариаций параметра  $\chi$  на показатель качества  $Q$

$$K_{\chi}^Q = \frac{\partial Q}{\partial \chi}. \quad (3.5)$$

Из (3.5) видно, что коэффициент влияния – величина безразмерная. Выразим коэффициент влияния через абсолютные вариации при малых их отклонениях

$$K_{\chi}^Q = \frac{\Delta Q / Q_m}{\Delta \chi / \chi_m} = \frac{\Delta Q}{\Delta \chi} \frac{\chi_m}{Q_m}.$$

При  $\Delta\chi \rightarrow 0$  можно считать, что  $\Delta Q \rightarrow 0$  и

$$\frac{\Delta Q}{\Delta \chi} = \left. \frac{\partial Q}{\partial \chi} \right|_{\chi=\chi_m}. \quad (3.6)$$

Но  $\left. \frac{\partial Q}{\partial \chi} \right|_{\chi=\chi_m}$  есть функция чувствительности первого порядка показателя ка-

чества  $Q$  к изменению параметра  $\chi$ ; при этом

$$K_{\chi}^{(1)Q} = G_{\chi}^{(1)Q} \frac{\chi}{Q}.$$

Таким образом, зная функции чувствительности или коэффициенты влияния, которые можно найти после определения функций чувствительности показателя качества  $Q$  к изменению соответствующего параметра  $\chi$ , можно судить об изменении качества объекта исследования.

Определение функций чувствительности для ЭМП, динамические свойства которых описываются линейными дифференциальными уравнениями, целесообразно проводить операторным методом. Пусть объект описывается уравнением в операторной форме

$$A_n(s, \chi) y(t) = B_m(s, \chi) u(t), \quad (3.7)$$

где

$$\begin{aligned} A_n(s, \chi) &= a_n(\chi) s^n + a_{n-1}(\chi) s^{n-1} + \dots + a_0(\chi); \\ B_m(s, \chi) &= b_m(\chi) s^m + b_{m-1}(\chi) s^{m-1} + \dots + b_0(\chi); \\ s &= d / dt, \quad n \geq m; \end{aligned}$$

$u(t)$  – сигнал задания;  $y(t)$  – выходная координата.

Предполагаем, что начальные условия от нестабильных параметров  $\chi$  не зависят.

Продифференцировав уравнение (3.7) по  $k$ -му нестабильному параметру, получим

$$\frac{\partial A_n(s, \chi)}{\partial \chi_k} y(t) + A_n(s, \chi) \frac{\partial y(t)}{\partial \chi_k} = \frac{\partial B_m(s, \chi)}{\partial \chi_k} x(t) + B_m(s, \chi) \frac{\partial x(t)}{\partial \chi_k}.$$

Учитывая, что  $\frac{\partial y(t)}{\partial \chi_k} = G_{\chi k}^{(1)y}(t)$ , а  $\frac{\partial x(t)}{\partial \chi_k} = 0$ , получим уравнение

$$A_n(s, \chi) G_{\chi k}^{(1)y}(t) = \frac{\partial B_m(s, \chi)}{\partial \chi_k} x(t) - \frac{\partial A_n(s, \chi)}{\partial \chi_k} y(t), \quad (3.8)$$

которое называется уравнением чувствительности.

Переменную можно найти из решения уравнения (3.7) при заданном  $x(t)$ , а функцию чувствительности  $G_{\chi k}^{(1)y}(t)$  – из уравнения (3.8) при следующих началь-

ных условиях:  $G_{\chi k}^{(1)y}(t) = 0$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots, q$  при  $t = 0$ .

Функции чувствительности могут быть определены через передаточные функции объекта. Для этого перейдём в уравнении (3.7) к изображениям. Тогда

$$A(s)G_{\chi_i}^{(1)y}(s) = -\frac{\partial A(s)}{\partial \chi_i} Y(s) + \frac{\partial B(s)}{\partial \chi_i} X(s). \quad (3.9)$$

Отсюда

$$G_{\chi_i}^{(1)y}(s) = \frac{\frac{\partial B(s)}{\partial \chi_i} X(s) - \frac{\partial A(s)}{\partial \chi_i} Y(s)}{A(s)}. \quad (3.10)$$

В соответствии с уравнением (3.7)

$$Y(s) = \Phi_{yx}(s) X(s), \quad (3.11)$$

где

$$\Phi_{yx}(s) = \frac{B(s)}{A(s)}.$$

Подставляя (3.11) в (3.9) получим

$$G_{\chi_i}^{(1)y}(s) = \frac{\frac{\partial B(s)}{\partial \chi_i} A(s) - \frac{\partial A(s)}{\partial \chi_i} B(s)}{A^2(s)} X(s) = \frac{\partial \Phi(s)}{\partial \chi_i} X(s). \quad (3.12)$$

Зависимость (3.12) позволяет найти изображение функции чувствительности, если известна передаточная функция объекта исследования и её связь с нестабильными параметрами. Данный способ определения функций чувствительности можно применять для исследования объектов, описываемых линейными уравнениями при нулевых начальных условиях, например, выражение (2.5) для машины постоянного тока.

В общем случае математическое описание ЭМП постоянного тока может быть представлено системой дифференциальных уравнений (1.25). Такие линейные дифференциальные уравнения могут быть записаны в векторно-матричной форме с учетом нестабильности (квазистационарности) параметров

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}; \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{C}(t)\mathbf{x}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

где  $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n]^T$  – вектор переменных состояния;

$\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_l]^T$  – вектор задающих воздействий;

$\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p]^T$  – вектор выходных координат;

$\mathbf{A}(t)$  – основная матрица системы размерностью  $(n \times n)$ ;

$\mathbf{B}(t)$  – матрица входа размерностью  $(n \times l)$ ;

$\mathbf{C}(t)$  – матрица выхода размерностью  $(p \times n)$ .

Уравнениям (3.13) соответствует векторно-матричная структурная схема, показанная на рис. 3.1, с помощью которой можно получить решение для исходной координаты  $y_i(t, \chi_m)$  с применением соответствующей Simulink-модели.

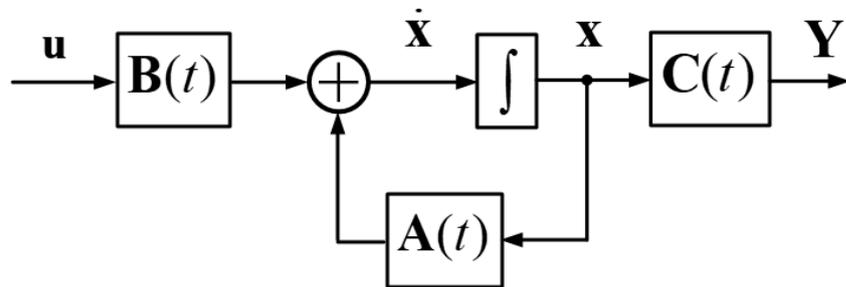


Рис. 3.1. Векторно-матричная структурная схема объекта исследования

Как было отмечено ранее, для нелинейных и квазистационарных ЭМП уравнения функций чувствительности являются линейными и могут быть представлены в векторно-матричной форме

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{\chi} &= \mathbf{A}_{\chi} \mathbf{x}_{\chi} + \mathbf{B}_{\chi} \mathbf{u}; \\ \mathbf{Y}_{\chi} &= \mathbf{C}_{\chi} \mathbf{x}_{\chi} + \mathbf{F}_{\chi}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Данная форма представления приводит к структурной схеме вычисления вектора чувствительности, показанной на рис. 3.2.

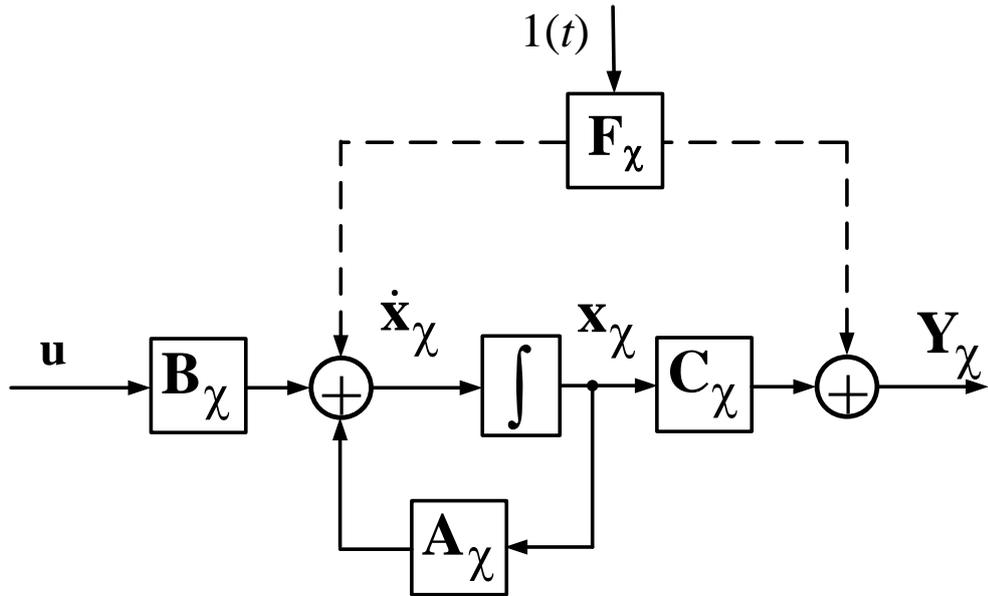


Рис. 3.2. Векторно-матричная структурная схема вычисления функций чувствительности

Особенностью модели чувствительности (3.14) является наличие матрицы свободных членов  $\mathbf{F}_\chi$ , зависящей от номинальных значений координат и параметров объекта исследования, которая может быть приведена ко входу или выходу схемы вычисления вектора чувствительности, а в некоторых случаях равна нулю.

Также следует отметить, что основная матрица уравнений чувствительности  $\mathbf{A}_\chi$  (матрица Якоби) является блочно-диагональной (квазидиагональной) матрицей размерностью  $(m \times m)$ , где  $m = r \cdot n$ ,  $n$  – порядок исходных дифференциальных уравнений,  $r$  – число нестабильных параметров. Все блоки матрицы  $\mathbf{A}_\chi$  являются нулевыми матрицами, за исключением блоков, расположенных на главной диагонали

$$\mathbf{A}_\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{A}_r \end{bmatrix},$$

а каждый элемент  $\mathbf{A}_i$  является ненулевой матрицей. Определитель квадратной блочно-диагональной матрицы будет равен произведению определителей диагональных блоков  $\mathbf{A}_i$ . Матрица входа  $\mathbf{B}_\chi$  является блочной (клеточной) матрицей размерностью  $(m \times l)$ , где  $l$  – число входных координат, а матрица выхода  $\mathbf{C}_\chi$  – блочно-диагональной матрицей размерностью  $(p \times m)$ , где  $p$  – число выходных координат.

Произведем вычисление функций чувствительности для рассмотренных выше типов ЭМП.

### 3.2. Моделирование и анализ уравнений чувствительности двигателя постоянного тока независимого возбуждения

Электромеханический преобразователь постоянного тока описывается системой дифференциальных уравнений (1.26).

Продифференцируем каждое из уравнений системы (1.26) по следующим параметрам: активному сопротивлению якоря  $R_a$ , индуктивности якоря  $L_a$  и моменту инерции  $J$ . В результате получим следующую систему уравнений чувствительности [89, 90, 91]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{I}_{R_a} = -\frac{1}{L_a} I_0 - \frac{R_a}{L_a} I_{R_a} - \frac{c}{L_a} \omega_{R_a}; \\ \dot{I}_{L_a} = \frac{R_a}{L_a^2} I_0 - \frac{R_a}{L_a} I_{L_a} + \frac{c}{L_a^2} \omega_0 - \frac{c}{L_a} \omega_{L_a} - \frac{1}{L_a^2} u; \\ \dot{I}_J = -\frac{R_a}{L_a} I_J - \frac{c}{L_a} \omega_J; \\ \dot{\omega}_{R_a} = \frac{c}{J} I_{R_a}; \\ \dot{\omega}_{L_a} = \frac{c}{J} I_{L_a}; \\ \dot{\omega}_J = -\frac{c}{J^2} I_0 + \frac{c}{J} I_J + \frac{1}{J^2} M_c. \end{array} \right. \quad (3.15)$$

Для приведения системы (3.15) к векторно-матричной форме

$$\dot{\mathbf{x}}_{\chi} = \mathbf{A}_{\chi} \mathbf{x}_{\chi} + \mathbf{B}_{\chi} \mathbf{u}_0, \quad (3.16)$$

где  $\mathbf{x}_{\chi}$  – вектор чувствительности;  $\chi$  – вектор параметров;  $\mathbf{A}_{\chi}$  – основная матрица системы (матрица Якоби);  $\mathbf{B}_{\chi}$  – матрица входа;  $\mathbf{u}_0$  – вектор номинальных значений входных координат.

Введем обозначения переменных состояния  $x_1 = I_{R_a}; x_2 = \omega_{R_a}; x_3 = I_{L_a}; x_4 = \omega_{L_a}; x_5 = I_J; x_6 = \omega_J$  и перепишем систему (3.15):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = -\frac{R_a}{L_a} x_1 - \frac{c}{L_a} x_2 - \frac{1}{L_a} I_0; \\ \dot{x}_2 = \frac{c}{J} x_1; \\ \dot{x}_3 = -\frac{R_a}{L_a} x_3 - \frac{c}{L_a} x_4 + \frac{R_a}{L_a^2} I_0 + \frac{c}{L_a^2} \omega_0 - \frac{1}{L_a^2} u; \\ \dot{x}_4 = \frac{c}{J} x_3; \\ \dot{x}_5 = -\frac{R_a}{L_a} x_5 - \frac{c}{L_a} x_6; \\ \dot{x}_6 = \frac{c}{J} x_5 - \frac{c}{J^2} I_0 + \frac{1}{J^2} M_c. \end{array} \right. \quad (3.17)$$

Приведем систему дифференциальных уравнений чувствительности (3.17) к форме (3.16), учитывая, что основная матрица системы размерностью  $(6 \times 6)$  с блоками, соответствующими каждому нестабильному параметру размерностью  $(2 \times 2)$

$$\mathbf{A}_{\chi} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{R_a} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{L_a} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_J \end{bmatrix},$$

а матрица входа размерностью  $(6 \times 4)$  с блоками, соответствующими каждому нестабильному параметру размерностью  $(2 \times 4)$

$$\mathbf{B}_\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{R_a} \\ \mathbf{B}_{L_a} \\ \mathbf{B}_J \end{bmatrix} :$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{c}{L_a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c}{J} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{c}{L_a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{c}{J} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{c}{L_a} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c}{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R_a}{L_a^2} & \frac{c}{L_a^2} & -\frac{1}{L_a^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{J^2} & 0 & 0 & \frac{1}{J^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ \omega_0 \\ u \\ M_c \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Полученным соотношениям соответствует векторно-матричная структурная схема для исследования влияния вариаций параметров  $R_a$ ,  $L_a$  и  $J$  на динамические свойства ЭМП постоянного тока, представленная на рис. 3.3.

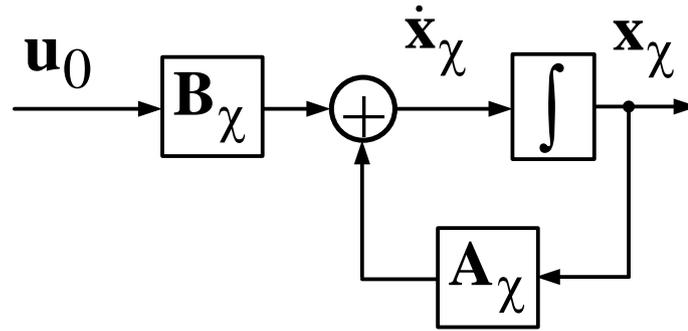


Рис. 3.3. Векторно-матричная структурная схема вычисления функций чувствительности ЭМП постоянного тока

В качестве объекта исследования рассмотрим двигатель постоянного тока типа 4ПБ112М2Г [92]. Соответствующая Simulink-модель представлена на рис. 3.4 [93].

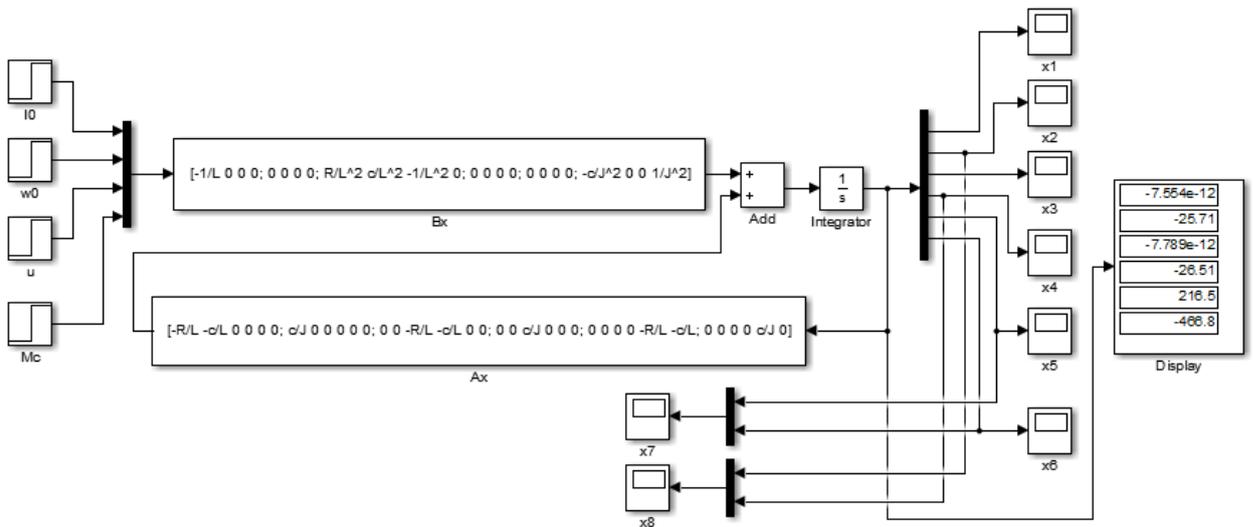


Рис. 3.4. Simulink-модель вычисления вектора чувствительности ЭМП постоянного тока

Компоненты вектора входных координат  $[I_0 \ \omega_0 \ u \ M_c]^T$  формируются на входе мультиплексора Mux в виде сигналов задания с блоков I0, w0, u, Mc. Блоки Bx и Ax служат для реализации матрицы входа  $B_\chi$  и основной матрицы системы  $A_\chi$ . В блоке Display отображаются числовые значения функций чувствительности по окончании переходного процесса. Как следует из рис. 3.4, координаты  $x_1 = I_{R_a}$

и  $x_3 = I_{L_a}$  с течением времени устанавливаются около нуля. Графики функций чувствительности  $x_5 = I_J$  и  $x_6 = \omega_J$ , а также  $x_2 = \omega_{R_a}$  и  $x_4 = \omega_{L_a}$  отображаются в регистрирующих блоках х7 и х8 и представлены на рис. 3.5 и рис. 3.6 соответственно.

$x_5(t), x_6(t)$

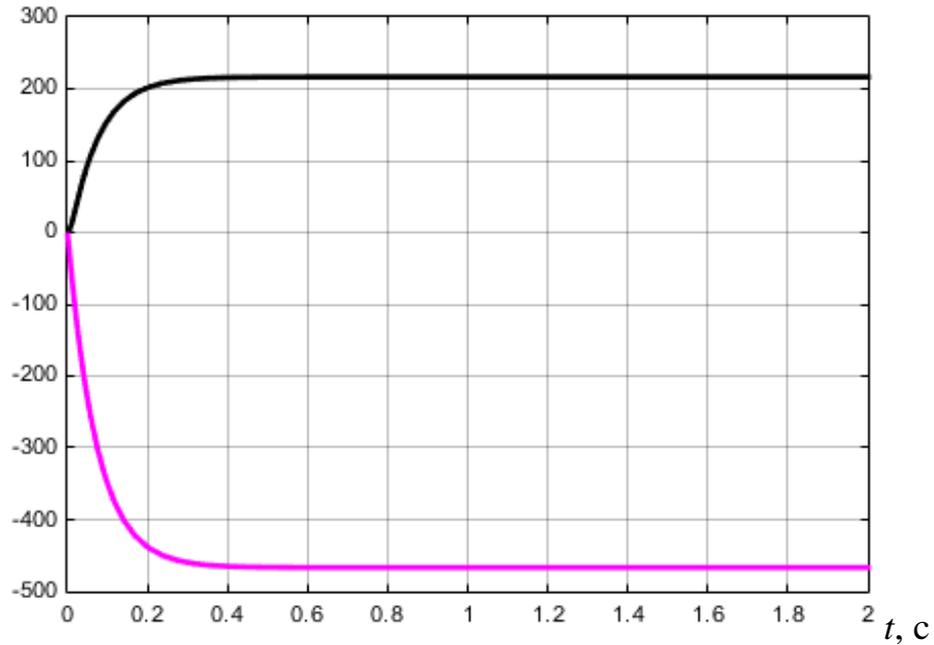


Рис. 3.5. Графики функций чувствительности  $x_5(t)$  и  $x_6(t)$

$x_2(t), x_4(t)$

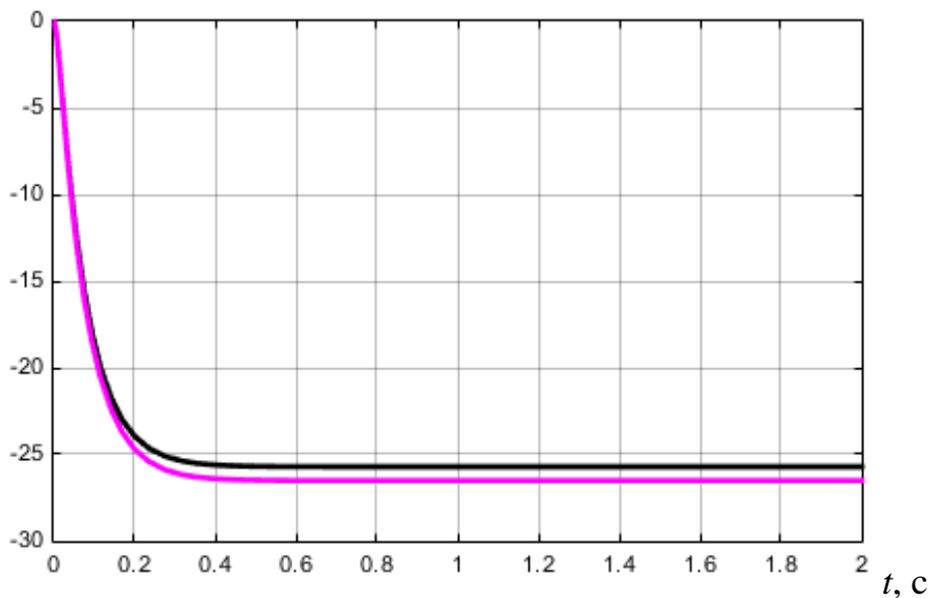


Рис. 3.6. Графики функций чувствительности  $x_2(t)$  и  $x_4(t)$

Из анализа полученных зависимостей следует, что переходные процессы завершаются примерно к 0,3 с. Максимальные установившиеся значения функций чувствительности соответствуют изменениям момента инерции (см. рис. 3.5). Как видно из рис. 3.4 и 3.5, влияние момента инерции на координаты ЭМП является наиболее значительным [94]. Так, скорость вращения  $\omega$  более, чем в 18 раз чувствительнее к вариациям момента инерции, чем к изменениям сопротивления и индуктивности, а ток якоря – более, чем в 8 раз.

Вариации сопротивления и индуктивности якоря практически не оказывают влияния на ток, как было показано выше, однако вызывают дополнительное движение относительно скорости вращения  $\omega$ . Соответствующие графики для тока якоря и скорости вращения показаны на рис. 3.7.

$$\Delta I_{R_a, L_a}(t), \text{ A}, \Delta \omega_{R_a, L_a}(t), \text{ рад/с}$$

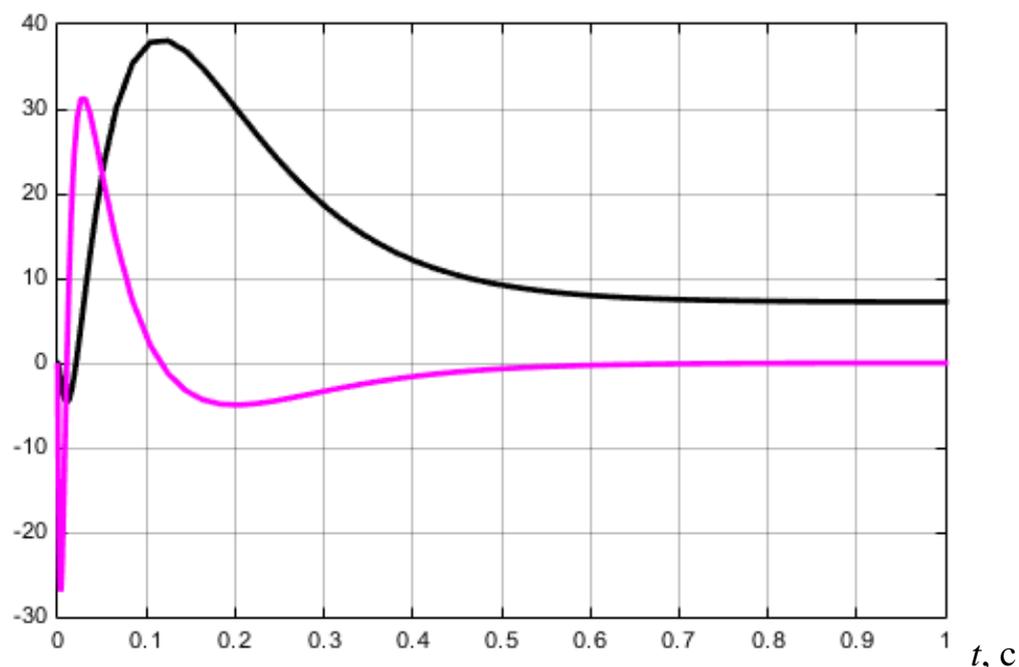


Рис. 3.7. Графики дополнительного движения  $\Delta I_{R_a, L_a}(t)$  и  $\Delta \omega_{R_a, L_a}(t)$

Моделирование проводилось при увеличении сопротивления и индуктивности якоря на 20%. Из рис. 3.7 видно, что дополнительное движение

$\Delta I_{R_a, L_a}(t)$  устанавливается около нуля, т.е. вариации  $R_a$  и  $L_a$  не вносят погрешности в установившееся значение  $I(t)$ . Величина  $\Delta \omega_{R_a, L_a}(t) = 7,2$  рад/с, что говорит о наличии погрешности по скорости вращения при изменении указанных параметров [56].

Следует отметить, что изменения параметров ЭМП являются недетерминированными [95, 96, 97, 98] и аппарат теории чувствительности для анализа динамических свойств ЭМП при случайных параметрических возмущениях является предпочтительным [99].

В инженерной практике для анализа статистических характеристик особое значение имеет гипотеза о нормальном (гауссовском) распределении отклонений параметров [100].

Нормальное распределение предполагает применение правила  $3\sigma$ , когда среднеквадратическое отклонение  $\sigma$   $i$ -го параметра определяется по формуле

$$\sigma_i = \frac{\Delta \chi_i}{3}. \quad (3.19)$$

Соответственно, дисперсия отклонения параметра  $\Delta \chi_i$  определяется выражением

$$D_{\chi_i} = \sigma_i^2 = \frac{\Delta \chi_i^2}{9}. \quad (3.20)$$

Суммарная дисперсия выходной координаты для нормального распределения параметров

$$D_{x_i} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^n (x_{\chi_i} \Delta \chi_i)^2. \quad (3.21)$$

Решение задачи оценки влияния каждого из  $n$  параметров на дополнительное движение может быть сведена к вычислению относительной оценки [101]

$$S_i = \frac{x_{\chi_i}^2 D_{x_i}}{\sum_{i=1}^n x_{\chi_i} D_{x_i}}. \quad (3.22)$$

Определим графики суммарной дисперсии и относительных оценок, полагая, что отклонения  $\Delta R_a$ ,  $\Delta L_a$  и  $\Delta J$  являются случайными и подчиняются нормальному закону распределения, а регистрируемой выходной координатой является скорость вращения  $\omega$  [102].

Расчет суммарной дисперсии проведем в относительных единицах в форме

$$\Delta x_i = \frac{\partial x_i}{\partial \chi_i} \frac{\chi_0}{x_0} \frac{\Delta \chi}{\chi_0} = \frac{\partial x_i}{\partial \chi_i} \frac{\Delta \chi}{x_0}.$$

Схема вычисления относительных дисперсий и относительных оценок в соответствии с выражениями (3.20), (3.21), (3.22) показана на рис. 3.8.

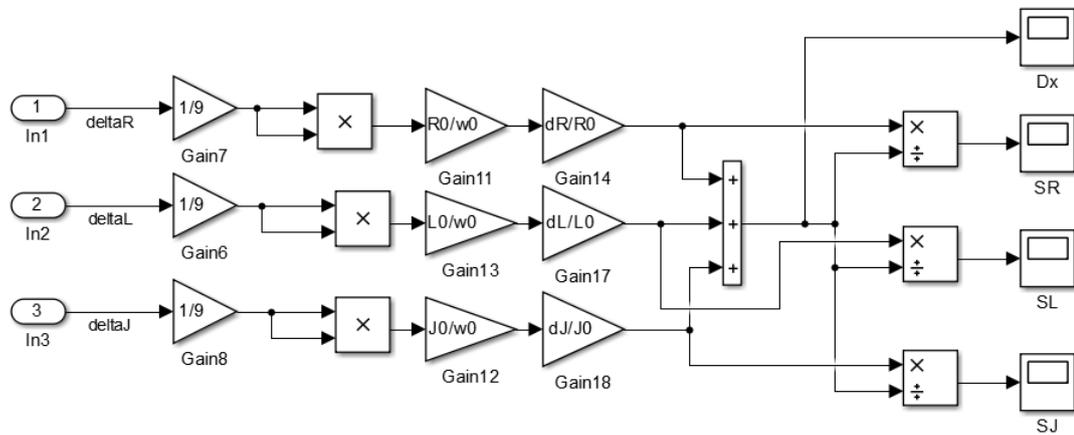


Рис. 3.8. Simulink-модель вычисления суммарной дисперсии и относительных оценок

Результаты моделирования представлены на рис. 3.9, 3.10. Суммарная относительная дисперсия  $D_x^*$  определяется переменными  $x_2 = \omega_{R_a}$ ,  $x_4 = \omega_{L_a}$ ,  $x_6 = \omega_J$ , формируется на выходе сумматора схемы на рис. 3.8 и регистрируется в блоке Dx. В регистрирующих приборах SR, SL, SJ отображаются графики относительных оценок по параметрам  $R_a$ ,  $L_a$  и  $J$  соответственно.

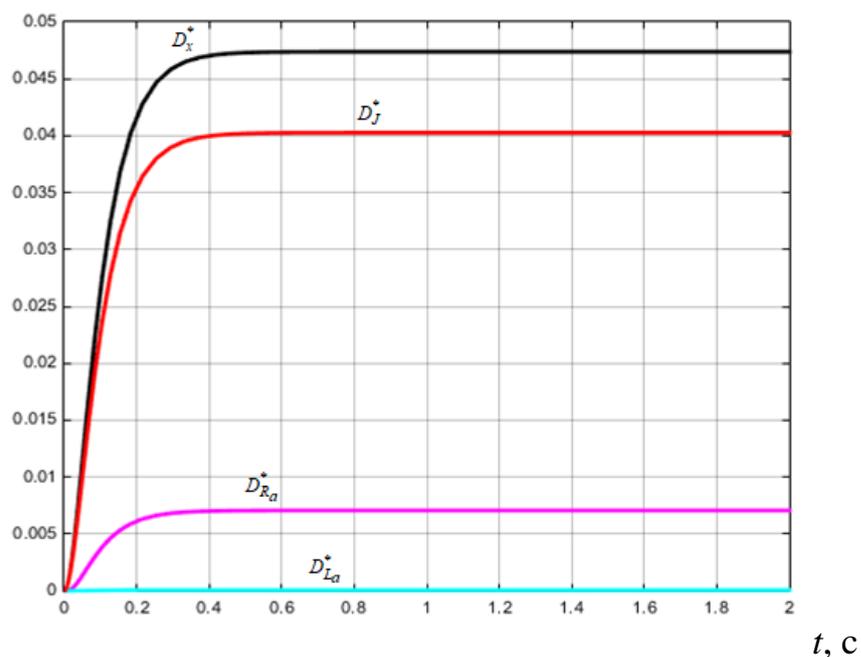
$D_x^*, D_{R_a}^*, D_{L_a}^*, D_J^*, \text{о.е.}$ 


Рис. 3.9. Графики относительных дисперсий выходной координаты  $\omega$

Из анализа рис. 3.9 следует, что определяющий вклад в график суммарной относительной дисперсии  $D_x^* = 0,0474$  о.е. вносит дисперсия при изменении момента инерции  $D_J^*$ , установившееся значение которой составляет 0,04 о.е.

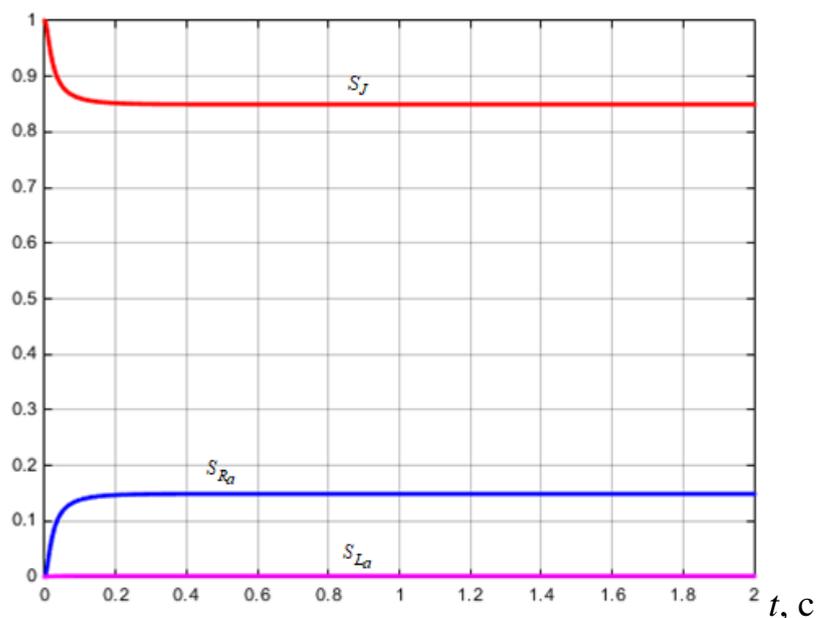
 $S_{R_a}, S_{L_a}, S_J, \text{о.е.}$ 


Рис. 3.10. Графики относительных оценок  $S_{R_a}, S_{L_a}, S_J$

Графики относительных оценок, показанные на рис. 3.10, характеризуют погрешность, вносимую изменением параметра в отклонение выходной координаты. В установившемся режиме максимальную погрешность, равную 0,85 о.е. вносит изменение момента инерции. Относительная оценка  $S_{R_a} = 0,15$  о.е., а  $S_{L_a} = 0,0012$  о.е., то есть величина последней пренебрежимо мала.

В результате проведенного исследования можно сказать, что наиболее чувствительной к вариациям параметров координатой является скорость вращения, а максимальную погрешность в её отклонение вносит момент инерции. Полученные результаты будут использованы в дальнейшем при решении задачи автоматизированного анализа и контроля электромеханических преобразователей на этапах проектирования, испытаний опытных образцов, а также эксплуатации в процессе функционирования в составе рабочих комплексов.

### 3.3. Моделирование и анализ уравнений чувствительности асинхронного электромеханического преобразователя

Процесс электромеханического преобразования энергии в асинхронном двигателе описывается системой дифференциальных уравнений (1.34).

Возьмем частные производные от каждого из уравнений системы (1.34) по следующим параметрам: активному сопротивлению и индуктивности статора  $R_1$  и  $L_1$ , активному сопротивлению и индуктивности ротора  $R_2'$  и  $L_2$  и взаимной индуктивности  $L_{12}$ .

Согласно выражения (3.14) уравнения чувствительности АЭМП запишутся как

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_\chi &= \mathbf{A}_\chi \Psi_\chi + \mathbf{B}_\chi \Psi^0; \\ \mathbf{M}_\chi &= \mathbf{C}_\chi \Psi_\chi + \mathbf{F}_\chi, \end{aligned} \quad (3.23)$$

где  $\Psi^0$  – вектор задающих воздействий.

Перепишем уравнения состояния выражения (3.23) с учетом указанных выше параметров:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\Psi}_{L_{12}} &= \mathbf{A}_{L_{12}} \Psi_{L_{12}} + \mathbf{B}_{L_{12}} \Psi^0; \\ \dot{\Psi}_{L_1} &= \mathbf{A}_{L_1} \Psi_{L_1} + \mathbf{B}_{L_1} \Psi^0; \\ \dot{\Psi}_{L_2} &= \mathbf{A}_{L_2} \Psi_{L_2} + \mathbf{B}_{L_2} \Psi^0; \\ \dot{\Psi}_{R_1} &= \mathbf{A}_{R_1} \Psi_{R_1} + \mathbf{B}_{R_1} \Psi^0; \\ \dot{\Psi}_{R'_2} &= \mathbf{A}_{R'_2} \Psi_{R'_2} + \mathbf{B}_{R'_2} \Psi^0. \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

Здесь переменные состояния представлены векторами функций чувствительности по параметрам:

$$\begin{aligned} \Psi_{L_{12}} &= \left[ \Psi_{1x}^{L_{12}} \quad \Psi_{1y}^{L_{12}} \quad \Psi_{2x}^{L_{12}} \quad \Psi_{2y}^{L_{12}} \right]^T; \\ \Psi_{L_1} &= \left[ \Psi_{1x}^{L_1} \quad \Psi_{1y}^{L_1} \quad \Psi_{2x}^{L_1} \quad \Psi_{2y}^{L_1} \right]^T; \\ \Psi_{L_2} &= \left[ \Psi_{1x}^{L_2} \quad \Psi_{1y}^{L_2} \quad \Psi_{2x}^{L_2} \quad \Psi_{2y}^{L_2} \right]^T; \\ \Psi_{R_1} &= \left[ \Psi_{1x}^{R_1} \quad \Psi_{1y}^{R_1} \quad \Psi_{2x}^{R_1} \quad \Psi_{2y}^{R_1} \right]^T; \\ \Psi_{R'_2} &= \left[ \Psi_{1x}^{R'_2} \quad \Psi_{1y}^{R'_2} \quad \Psi_{2x}^{R'_2} \quad \Psi_{2y}^{R'_2} \right]^T. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Основная матрица системы (3.23) АЭМП с нестабильными параметрами  $\mathbf{A}_\chi$  является блочно-диагональной матрицей Якоби размерностью  $(20 \times 20)$ :

$$\mathbf{A}_\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{L_{12}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{L_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{L_2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{R_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{R'_2} \end{bmatrix}, \quad (3.26)$$

где  $\mathbf{0}$  – нулевая матрица размерностью  $(4 \times 4)$ .

Ненулевые блоки (клетки) матрицы (3.26) размерностью  $(4 \times 4)$  запишем с учетом следующих обозначений:

$$\Delta = L_1 L_2 - L_{12}^2; \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2, \quad (3.27)$$

тогда

$$\mathbf{A}_{L_{12}} = \mathbf{A}_{L_1} = \mathbf{A}_{L_2} = \mathbf{A}_{R_1} = \mathbf{A}_{R'_2} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1 L_2}{\Delta} & \omega_1 & \frac{R_1 L_{12}}{\Delta} & 0 \\ -\omega_1 & -\frac{R_1 L_2}{\Delta} & 0 & \frac{R_1 L_{12}}{\Delta} \\ \frac{R'_2 L_{12}}{\Delta} & 0 & -\frac{R'_2 L_1}{\Delta} & \Delta\omega \\ 0 & \frac{R'_2 L_{12}}{\Delta} & -\Delta\omega & -\frac{R'_2 L_1}{\Delta} \end{bmatrix}. \quad (3.28)$$

Матрицу входа  $\mathbf{B}_\chi$  размерностью  $(20 \times 5)$  представим блочной матрицей

$$\mathbf{B}_\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{L_{12}} \\ \mathbf{B}_{L_1} \\ \mathbf{B}_{L_2} \\ \mathbf{B}_{R_1} \\ \mathbf{B}_{R'_2} \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Распишем блоки матрицы входа:

- блок матрицы  $\mathbf{B}_\chi$  по взаимной индуктивности  $L_{12}$ :

$$\mathbf{B}_{L_{12}} = \begin{bmatrix} -\frac{2R_1 L_2 L_{12}}{\Delta^2} & 0 & \frac{R_1}{\Delta} + \frac{2R_1 L_{12}^2}{\Delta^2} & 0 \\ 0 & -\frac{2R_1 L_2 L_{12}}{\Delta^2} & 0 & \frac{R_1}{\Delta} + \frac{2R_1 L_{12}^2}{\Delta^2} \\ \frac{R'_2}{\Delta} + \frac{2R'_2 L_{12}^2}{\Delta^2} & 0 & -\frac{2R'_2 L_1 L_{12}^2}{\Delta^2} & 0 \\ 0 & \frac{R'_2}{\Delta} + \frac{2R'_2 L_{12}^2}{\Delta^2} & 0 & -\frac{2R'_2 L_1 L_{12}^2}{\Delta^2} \end{bmatrix}; \quad (3.30)$$

- блок матрицы  $\mathbf{B}_\chi$  по индуктивности статора  $L_1$ :

$$\mathbf{B}_{L_1} = \begin{bmatrix} \frac{R_1 L_2^2}{\Delta^2} & 0 & -\frac{R_1 L_2 L_{12}}{\Delta^2} & 0 \\ 0 & \frac{R_1 L_2^2}{\Delta^2} & 0 & -\frac{R_1 L_2 L_{12}}{\Delta^2} \\ -\frac{R_2' L_2 L_{12}}{\Delta^2} & 0 & \frac{R_2' L_1 L_2}{\Delta^2} & 0 \\ 0 & -\frac{R_2' L_2 L_{12}}{\Delta^2} & 0 & \frac{R_2' L_1 L_2}{\Delta^2} \end{bmatrix}; \quad (3.31)$$

- блок матрицы  $\mathbf{B}_\chi$  по индуктивности ротора  $L_2$ :

$$\mathbf{B}_{L_2} = \begin{bmatrix} \frac{R_1 L_1 L_2}{\Delta^2} & 0 & -\frac{R_1 L_1 L_{12}}{\Delta^2} & 0 \\ 0 & \frac{R_1 L_1 L_2}{\Delta^2} & 0 & -\frac{R_1 L_1 L_{12}}{\Delta^2} \\ -\frac{R_2' L_1 L_{12}}{\Delta^2} & 0 & \frac{R_2' L_1^2}{\Delta^2} & 0 \\ 0 & -\frac{R_2' L_1 L_{12}}{\Delta^2} & 0 & \frac{R_2' L_1^2}{\Delta^2} \end{bmatrix}; \quad (3.32)$$

- блок матрицы  $\mathbf{B}_\chi$  по активному сопротивлению статора  $R_1$ :

$$\mathbf{B}_{R_1} = \begin{bmatrix} -\frac{L_2}{\Delta} & 0 & \frac{L_{12}}{\Delta} & 0 \\ 0 & -\frac{L_2}{\Delta} & 0 & \frac{L_{12}}{\Delta} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.33)$$

- блок матрицы  $\mathbf{B}_\chi$  по активному сопротивлению ротора  $R_2'$ :

$$\mathbf{B}_{R_2'} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L_{12}}{\Delta} & 0 & -\frac{L_1}{\Delta} & 0 \\ 0 & \frac{L_{12}}{\Delta} & 0 & -\frac{L_1}{\Delta} \end{bmatrix}. \quad (3.34)$$

Уравнение выхода системы (3.23)  $\mathbf{M}_\chi = \mathbf{C}_\chi \Psi_\chi + \mathbf{F}_\chi$  содержит блочно-диагональную матрицу выхода  $\mathbf{C}_\chi$  размерностью  $(5 \times 20)$ , равную

$$\mathbf{C}_\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{L_{12}}^0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{L_1}^0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{L_2}^0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{R_1}^0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{R'_2}^0 \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

где  $\mathbf{0} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$  – нулевая вектор-строка, а уравнения моментов относительно неустойчивых параметров

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{L_{12}}^0 &= \frac{pL_{12}}{\Delta} \begin{bmatrix} -\Psi_{2y}^0 & \Psi_{2x}^0 & \Psi_{1y}^0 & -\Psi_{1x}^0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{M}_{L_1}^0 &= \frac{pL_{12}}{\Delta} \begin{bmatrix} -\Psi_{2y}^0 & \Psi_{2x}^0 & \Psi_{1y}^0 & -\Psi_{1x}^0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{M}_{L_2}^0 &= \frac{pL_{12}}{\Delta} \begin{bmatrix} -\Psi_{2y}^0 & \Psi_{2x}^0 & \Psi_{1y}^0 & -\Psi_{1x}^0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{M}_{R_1}^0 &= \frac{pL_{12}}{\Delta} \begin{bmatrix} -\Psi_{2y}^0 & \Psi_{2x}^0 & \Psi_{1y}^0 & -\Psi_{1x}^0 \end{bmatrix}; \\ \mathbf{M}_{R'_2}^0 &= \frac{pL_{12}}{\Delta} \begin{bmatrix} -\Psi_{2y}^0 & \Psi_{2x}^0 & \Psi_{1y}^0 & -\Psi_{1x}^0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Второе слагаемое уравнения выхода представляет собой матрицу свободных членов

$$\mathbf{F}_\chi = \begin{bmatrix} \left( \frac{2pL_{12}^2}{\Delta^2} + \frac{p}{\Delta} \right) (\Psi_{1y}^0 \Psi_{2x}^0 - \Psi_{1x}^0 \Psi_{2y}^0) \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{pL_{12}L_2}{\Delta^2} (\Psi_{1y}^0 \Psi_{2x}^0 - \Psi_{1x}^0 \Psi_{2y}^0) \\ \frac{pL_{12}L_1}{\Delta^2} (\Psi_{1y}^0 \Psi_{2x}^0 - \Psi_{1x}^0 \Psi_{2y}^0) \end{bmatrix}, \quad (3.37)$$

где  $\Psi_{ij}^0$  – номинальные значения проекций потокосцеплений статора и ротора на синхронные координатные оси  $x, y$ .

Полученным выше соотношениям соответствует векторно-матричная структурная схема для исследования влияния вариаций индуктивностей  $L_1, L_2$  и  $L_{12}$  и активных сопротивлений  $R_1$  и  $R'_2$  на динамические свойства АЭМП, представленная на рис. 3.11.

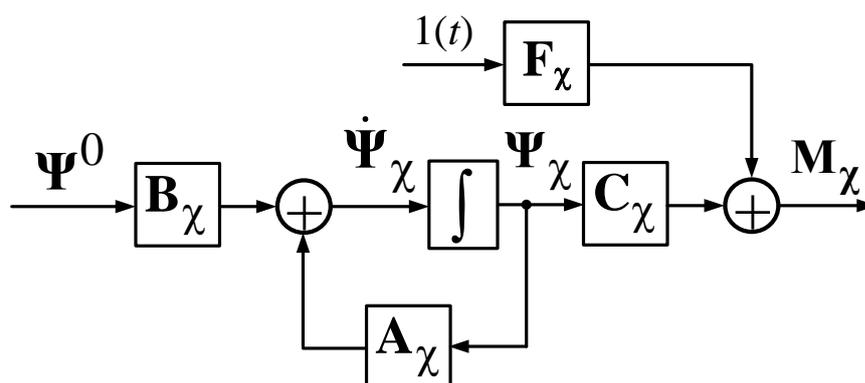


Рис. 3.11. Векторно-матричная структурная схема вычисления функций чувствительности АЭМП

Графики потокосцеплений при номинальных значениях параметров АЭМП типа 4А180М4 (см. таблицу 2.1), полученные с применением Simulink-модели электромеханического преобразования энергии в асинхронном двигателе (рис. 2.4), показаны на рис. 3.12.

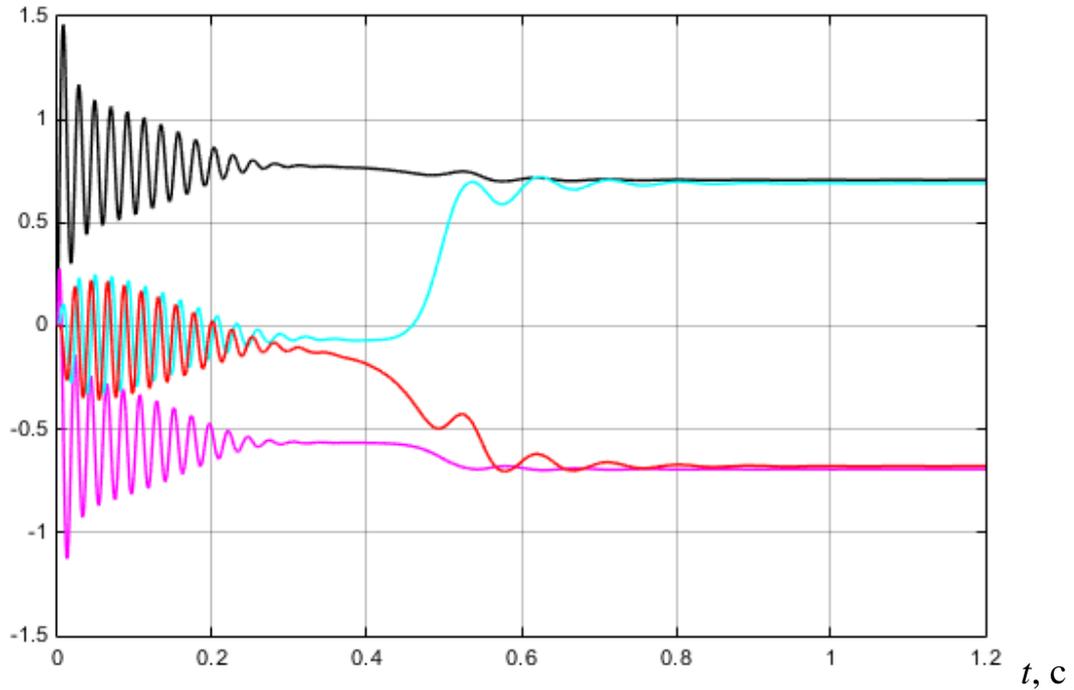
$\Psi_{1x}^0, \Psi_{1y}^0, \Psi_{2x}^0, \Psi_{2y}^0, \text{ Вб}$ 


Рис. 3.12. Графики проекций номинальных потокоцеплений статора и ротора

Установившиеся значения потокоцеплений используются для формирования вектора задающих воздействий  $\Psi^0$  и его проекции на координатные оси  $x, y$  соответственно равны  $\Psi_{1x}^0 = 0,7077 \text{ Вб}$ ,  $\Psi_{1y}^0 = -0,6934 \text{ Вб}$ ,  $\Psi_{2x}^0 = 0,6921 \text{ Вб}$ ,  $\Psi_{2y}^0 = -0,6782 \text{ Вб}$ .

Simulink-модель для вычисления вектора чувствительности представлена на рис. 3.13.

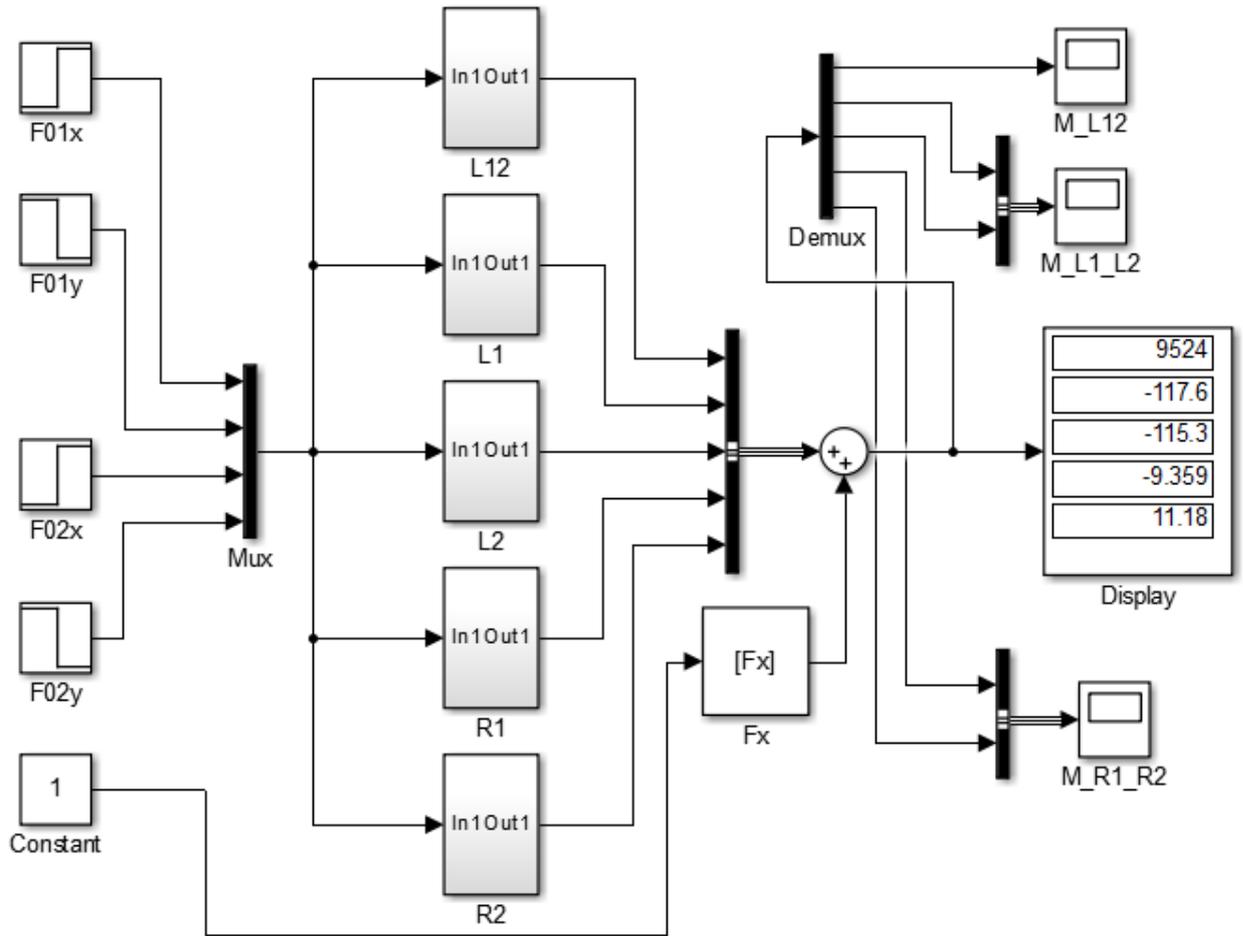


Рис. 3.13. Simulink-модель для вычисления вектора чувствительности АЭМП

Вектор входных координат  $\Psi^0 = [\Psi_{1x}^0 \quad \Psi_{1y}^0 \quad \Psi_{2x}^0 \quad \Psi_{2y}^0]^T$  формируется на входе мультиплексора Mux в виде компонентов задающего воздействия с блоков F01x, F01y, F02x, F02y. В подсистемах L12, L1, L2, R1, R2 реализована процедура интегрирования уравнений состояния и вычисления компонентов вектора  $C_x \Psi_x$  по каждому параметру (см. рис. 3.14).

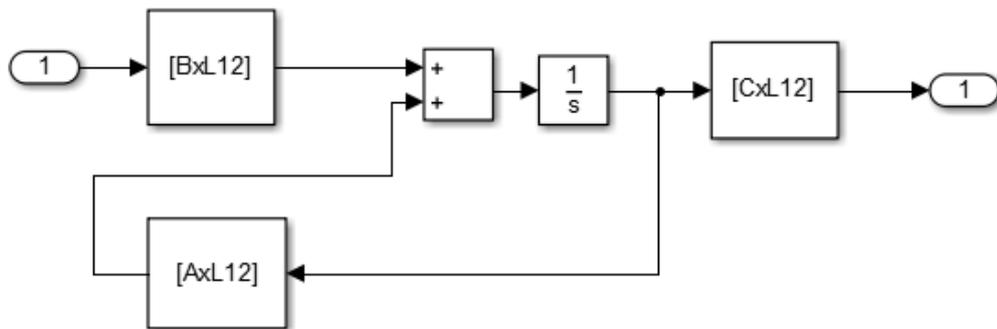


Рис. 3.14. Simulink-модель для вычисления компонента  $M_{L12}$

Блоки  $A_{xL12}$ ,  $B_{xL12}$  и  $C_{xL12}$  содержат клетки  $A_{L12}$ ,  $B_{L12}$ ,  $C_{L12}$  основной матрицы системы  $A_{\chi}$ , матрицы входа  $B_{\chi}$  и матрицы выхода  $C_{\chi}$ . Остальные подсистемы построены аналогично. Программа для записи данных, соответствующих клеткам по каждому из параметров блочных матриц системы (3.27), приведена в Приложении 1 (см. с. 188). Формирование Simulink-модели для вычисления вектора чувствительности по координате  $\omega$  осуществляется с применением программы, приведенной в Приложении 2 (см. с. 190). Блок Fx представляет собой матрицу свободных членов  $F_{\chi}$ . В блоке Display отображаются установившиеся значения вектора выходных координат  $M_{\chi}$ , которые распределяются с помощью демультиплексора Demux и подаются на регистрирующие приборы M\_L12, M\_L1\_L2, M\_R1\_R2. Соответствующие зависимости представлены на рис. 3.15 – 3.17.

$M_{L12}$ , Н·м

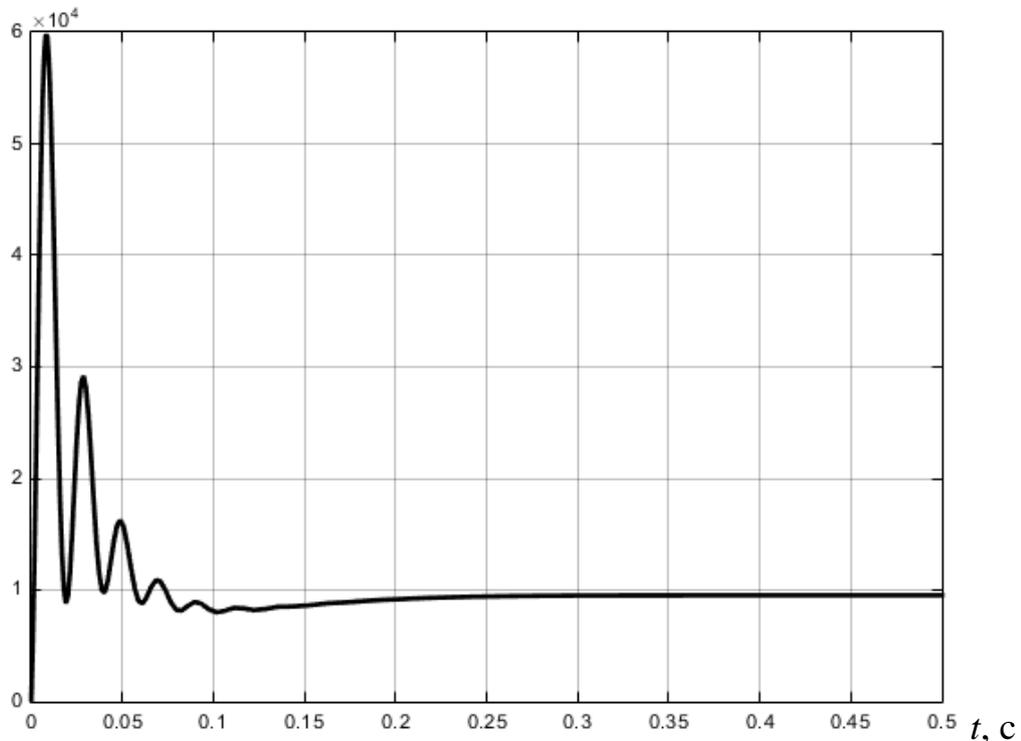


Рис. 3.15. График функции чувствительности  $M_{L12}(t)$

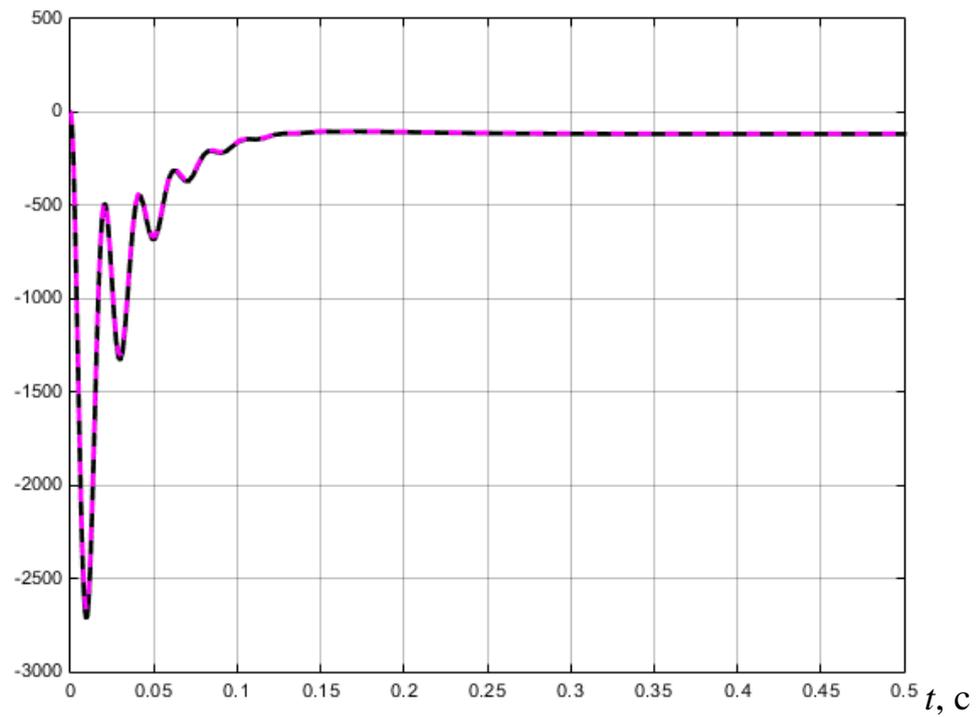
$M_{L_1}, M_{L_2}, \text{Н}\cdot\text{м}$ 


Рис. 3.16. Графики функций чувствительности  $M_{L_1}(t)$ ,  $M_{L_2}(t)$

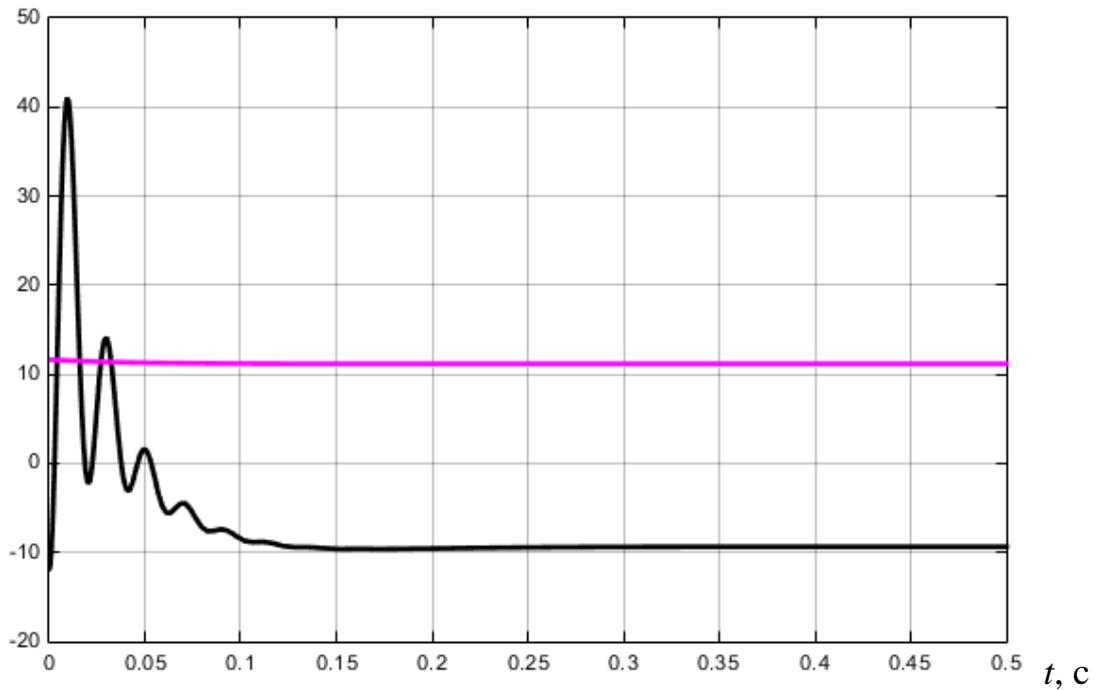
 $M_{R_1}, M_{R_2'}, \text{Н}\cdot\text{м}$ 


Рис. 3.17. Графики функций чувствительности  $M_{R_1}(t)$ ,  $M_{R_2}'(t)$

Из анализа полученных графиков видно, что переходные процессы в модели чувствительности завершаются примерно к 0,2 с. Максимальные динамический выброс около  $6 \cdot 10^4$  Н·м и установившееся значение 9524 Н·м вектора функций чувствительности соответствуют изменениям взаимной индуктивности  $L_{12}$  (см. рис. 3.13, 3.15), что говорит о преобладающем влиянии данного параметра. Вариации индуктивностей статора и ротора оказывают на динамику АЭМП практически одинаковое влияние и функции чувствительности  $M_{L_1}(t)$  и  $M_{L_2}(t)$  устанавливаются около значений, равных  $M_{L_1}^{уст} = -117,6$  Н·м и  $M_{L_2}^{уст} = -115,3$  Н·м. Изменение активных сопротивлений статора и ротора в значительно меньшей степени сказываются на выходной координате АЭМП.

Определим графики дисперсий и относительных оценок в соответствии с выражениями (3.20), (3.21), (3.22). Соответствующая Simulink-модель показана на рис. 3.18.

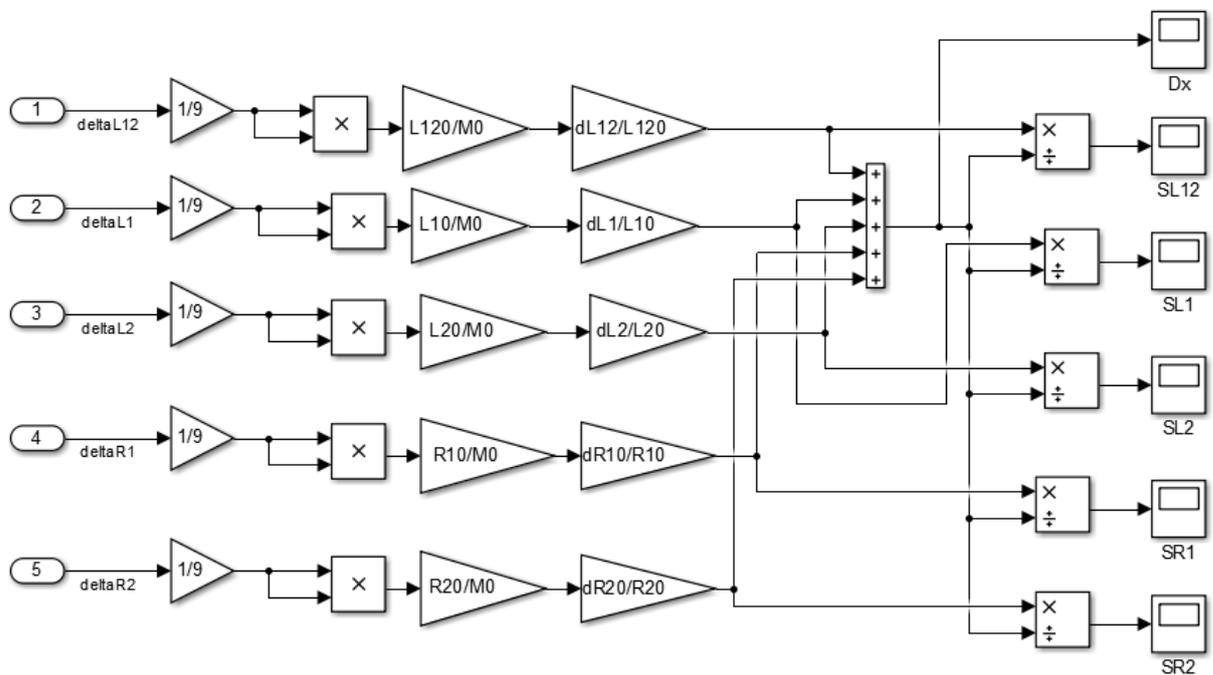


Рис. 3.18. Simulink-модель вычисления суммарной дисперсии и относительных оценок АЭМП

Результаты моделирования представлены на рис. 3.19 – 3.24.

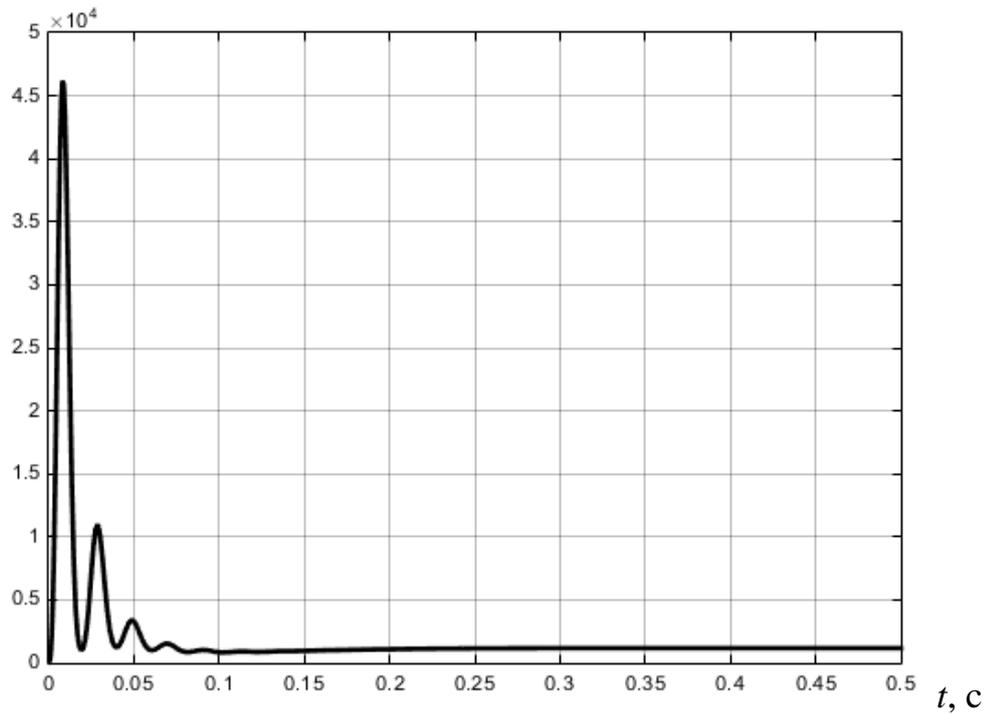
$D_{L_{12}}^*$ , о.е.


Рис. 3.19. График относительной дисперсии при изменении взаимной индуктивности  $L_{12}$

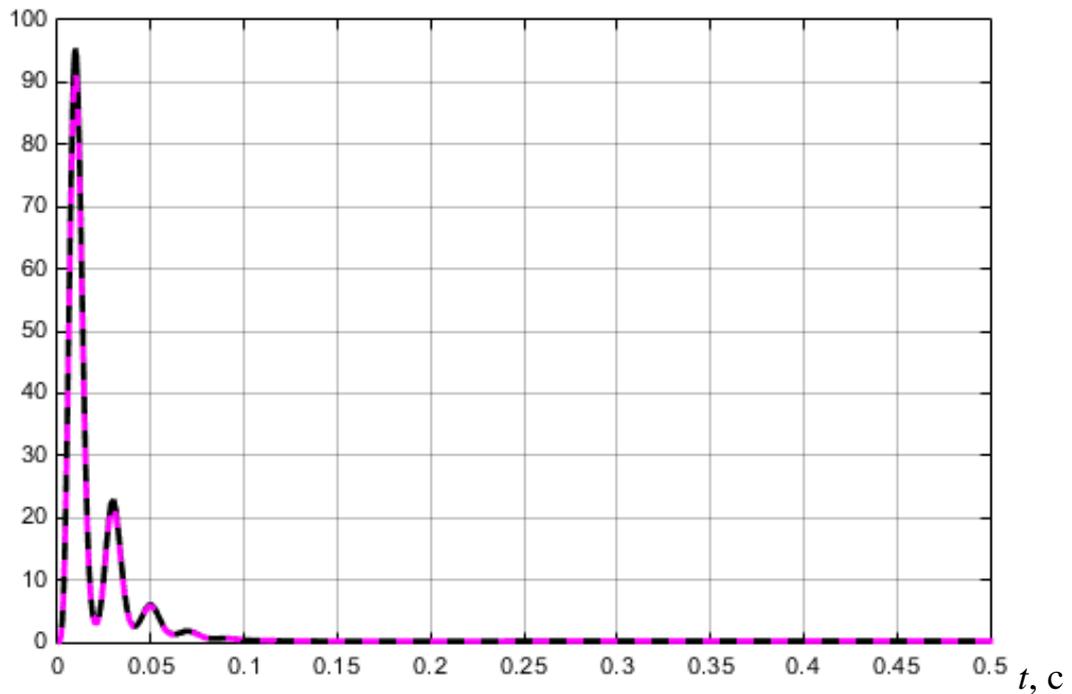
 $D_{L_1}^*$ ,  $D_{L_2}^*$ , о.е.


Рис. 3.20. Графики относительных дисперсий при изменении индуктивностей статора  $L_1$  и ротора  $L_2$

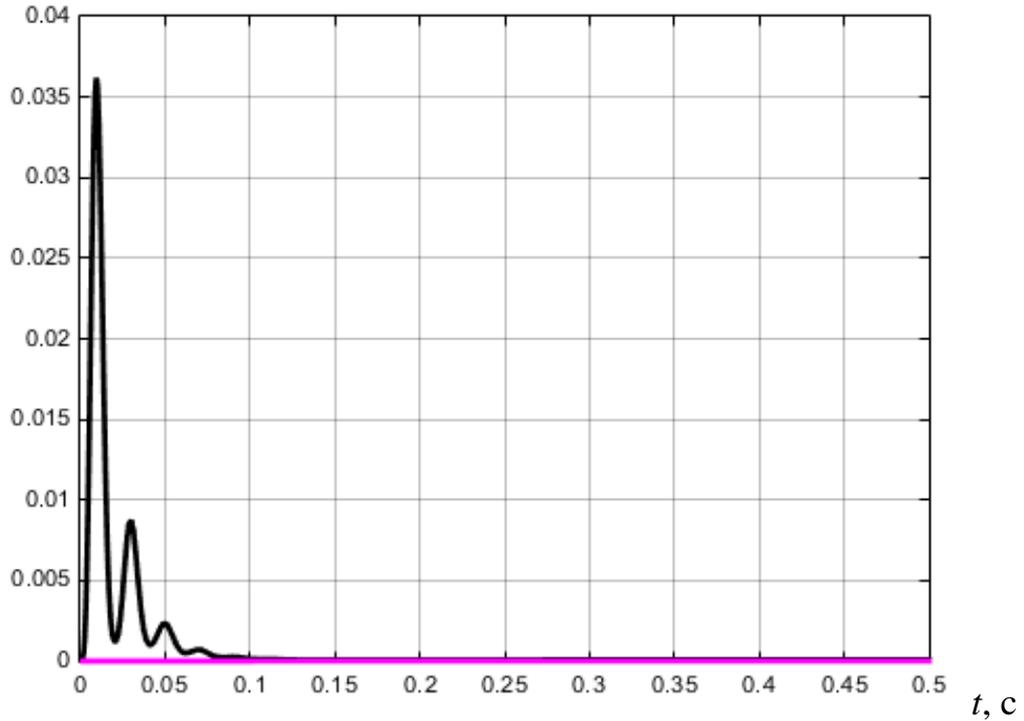
$D_{R_1}^*, D_{R_2}^*, \text{о.е.}$ 


Рис. 3.21. Графики относительных дисперсий при изменении сопротивлений статора  $R_1$  и ротора  $R_2$

Из анализа представленных графиков следует, что установившиеся значения дисперсий при изменении индуктивностей  $D_{L_1}^*$ ,  $D_{L_2}^*$  и сопротивлений статора и ротора  $D_{R_1}^*$ ,  $D_{R_2}^*$  АЭМП близки к нулю и не оказывают существенного влияния на суммарную относительную дисперсию, график которой фактически совпадает с зависимостью  $D_{L_{12}}^*$  с установившимся значением  $D_{\Sigma}^{*уст} = 1167$  о.е.

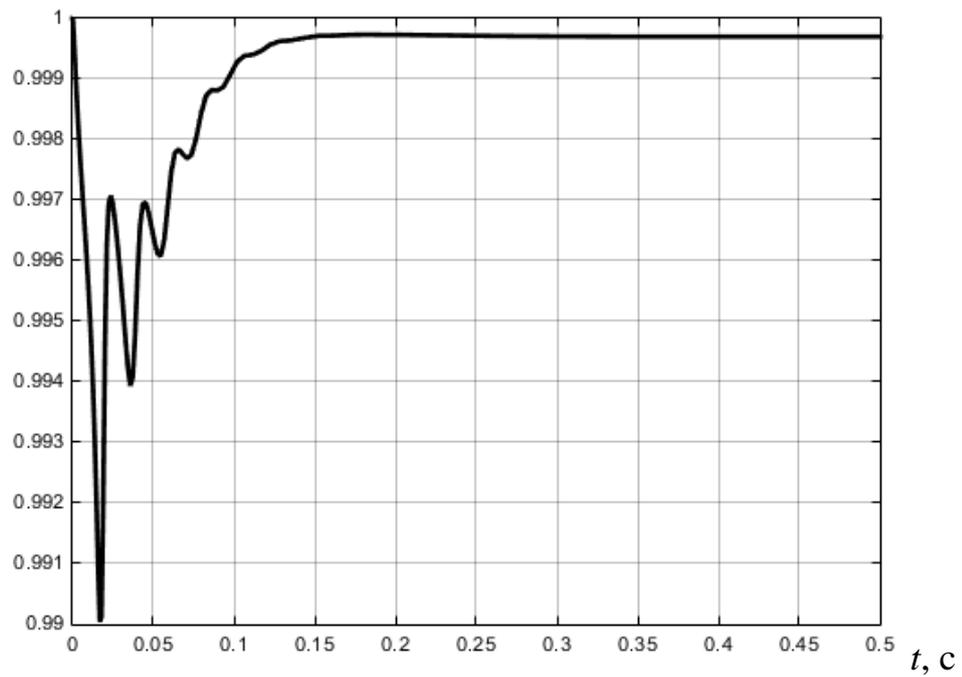
$S_{L_{12}}, \text{о.е.}$ 


Рис. 3.22. График относительной оценки при изменении взаимной индуктивности

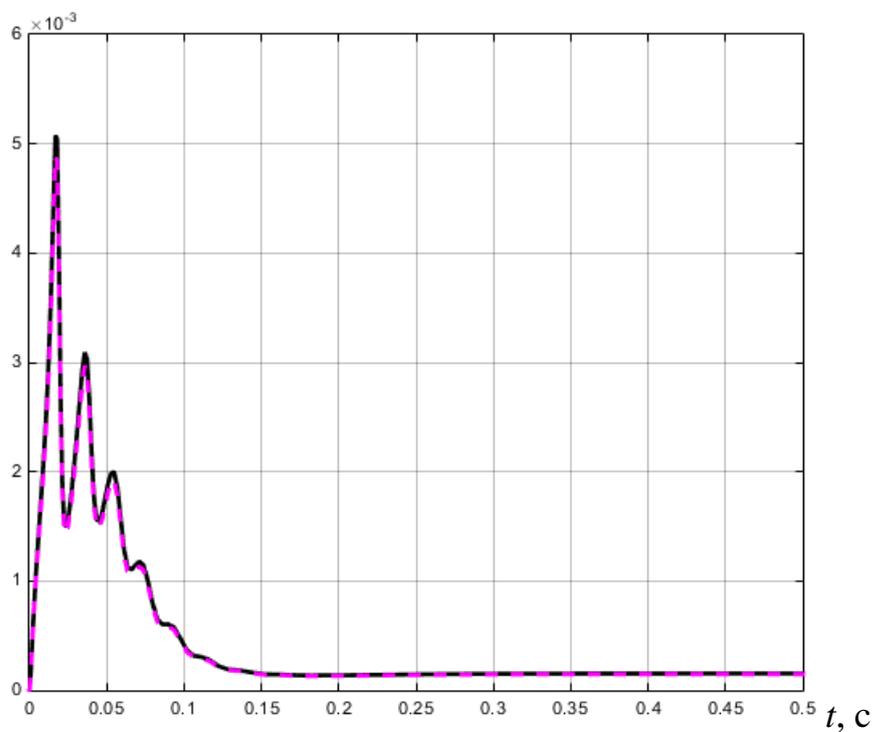
 $L_{12}$ 
 $S_{L_1}, S_{L_2}, \text{о.е.}$ 


Рис. 3.23. Графики относительных оценок при изменении индуктивностей статора

 $L_1$  и ротора  $L_2$

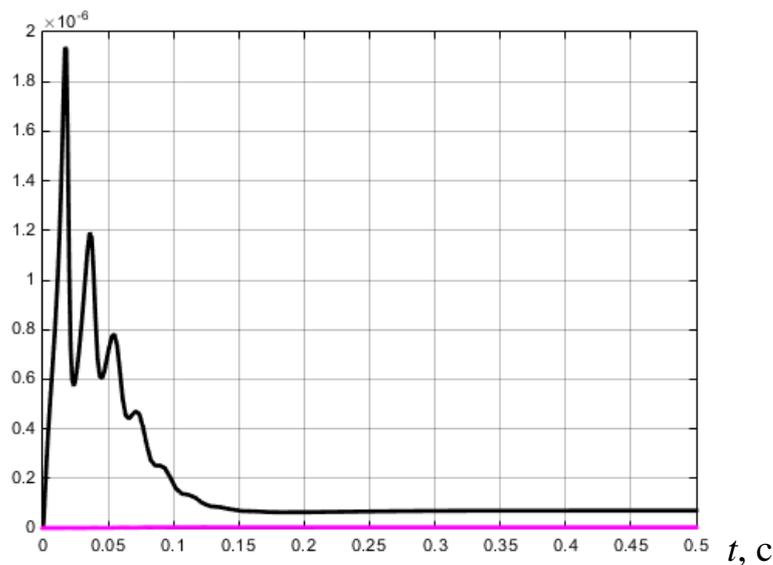
$S_{R_1}, S_{R_2}, \text{о.е.}$ 


Рис. 3.24. Графики относительных оценок при изменении сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$

Графики относительных оценок, показанные на рис. 3.22 – 3.24, характеризуют погрешность, вносимую изменением того или иного параметра в отклонение вектора выходной координаты АЭМП М. Значение  $S_{L_{12}}$  на протяжении всего переходного процесса колеблется около единицы и в установившемся режиме составляет 0,9997 о.е. Относительные оценки по остальным параметрам асинхронной машины пренебрежимо малы как в переходном, так и в установившемся режимах. Соответствующее программное обеспечение для анализа чувствительности АЭМП к вариациям параметров приведено в приложениях П.1, П.2 и используется в работе ООО «Стэк Мастер» для определения влияния отклонений параметров ЭМП на этапе опытно-конструкторских испытаний; имеется акт внедрения (см. П.7).

### 3.4. Моделирование и анализ уравнений чувствительности вентильного электромеханического преобразователя

Процесс преобразования энергии в вентильном двигателе описывается системой операторных уравнений (2.13). Перепишем данную систему с учетом следующих обозначений  $x_1 = i_d$ ;  $x_2 = i_q$ ;  $x_3 = \omega_2$ :

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{R}{L_d} x_1 - p \frac{L_q}{L_d} x_2 x_3 + \frac{u_d}{L_d}; \\ \dot{x}_2 &= -\frac{R}{L_q} x_2 + \frac{L_d}{L_q} x_1 x_3 + p \frac{\Phi_0}{L_q} x_3 + \frac{u_d}{L_d}; \\ \dot{x}_3 &= \frac{3}{2J} p (L_d - L_q) x_1 x_2 + \frac{3}{2J} p \Phi_0 x_2 - \frac{M_c}{J}; \\ M &= \frac{3}{2} p (L_d - L_q) x_1 x_2 + \frac{3}{2} p \Phi_0 x_2. \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

Запишем уравнения состояния для функций чувствительности по каждому из параметров системы (3.38).

Уравнения чувствительности по активному сопротивлению обмотки статора  $R$ :

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1^R &= -\frac{1}{L_d} x_1^0 - \frac{R}{L_d} x_1^R - p \frac{L_q}{L_d} x_2^R x_3^0 - p \frac{L_q}{L_d} x_2^0 x_3^R; \\ \dot{x}_2^R &= \frac{L_d}{L_q} x_1^R x_3^0 + \frac{L_d}{L_q} x_1^0 x_3^R - \frac{1}{L_q} x_2^0 - \frac{R}{L_q} x_2^R + p \frac{\Phi_0}{L_q} x_3^R; \\ \dot{x}_3^R &= \frac{3}{2J} p (L_d - L_q) x_1^R x_2^0 + \frac{3}{2J} p (L_d - L_q) x_1^0 x_2^R + \frac{3}{2J} p \Phi_0 x_2^R. \end{aligned} \right\} \quad (3.39)$$

Уравнения чувствительности по индуктивности  $L_d$  обмотки статора:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1^{L_d} &= \frac{R}{L_d^2} x_1^0 - \frac{R}{L_d} x_1^{L_d} + p \frac{L_q}{L_d^2} x_2^0 x_3^0 - p \frac{L_q}{L_d} x_2^{L_d} x_3^0 - p \frac{L_q}{L_d} x_2^0 x_3^{L_d} - \frac{u_d}{L_d^2}; \\ \dot{x}_2^{L_d} &= \frac{1}{L_q} x_1^0 x_3^0 + \frac{L_d}{L_q} x_1^{L_d} x_3^0 + \frac{L_d}{L_q} x_1^0 x_3^{L_d} - \frac{R}{L_q} x_2^{L_d} + p \frac{\Phi_0}{L_q} x_3^{L_d}; \\ \dot{x}_3^{L_d} &= -\frac{3}{2J} p L_q x_1^0 x_2^0 + \frac{3}{2J} p (L_d - L_q) x_1^{L_d} x_2^0 + \frac{3}{2J} p (L_d - L_q) x_1^0 x_2^{L_d} + \\ &+ \frac{3}{2J} p \Phi_0 x_2^{L_d}. \end{aligned} \right\} \quad (3.40)$$

Уравнения чувствительности по индуктивности  $L_q$  обмотки статора:

$$\left. \begin{aligned}
\dot{x}_1^{Lq} &= -\frac{R}{L_d} x_1^{Lq} - p \frac{1}{L_d} x_2^0 x_3^0 - p \frac{L_q}{L_d} x_2^{Lq} x_3^0 - p \frac{L_q}{L_d} x_2^0 x_3^{Lq}; \\
\dot{x}_2^{Lq} &= -\frac{L_d}{L_q^2} x_1^0 x_3^0 + \frac{L_d}{L_q} x_1^{Lq} x_3^0 + \frac{L_d}{L_q} x_1^0 x_3^{Lq} + \frac{R}{L_q^2} x_2^0 - \frac{R}{L_q} x_2^{Lq} - \\
&\quad - p \frac{\Phi_0}{L_q^2} x_3^0 + p \frac{\Phi_0}{L_q} x_3^{Lq} - \frac{u_q}{L_q}; \\
\dot{x}_3^{Lq} &= \frac{3}{2J} p L_d x_1^0 x_2^0 + \frac{3}{2J} p (L_d - L_q) x_1^{Lq} x_2^0 + \frac{3}{2J} p (L_d - L_q) x_1^0 x_2^{Lq} + \\
&\quad + \frac{3}{2J} p \Phi_0 x_2^{Lq}.
\end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

Уравнения чувствительности по моменту инерции  $J$ :

$$\left. \begin{aligned}
\dot{x}_1^J &= -\frac{R}{L_d} x_1^J - p \frac{L_q}{L_d} x_2^J x_3^0 - p \frac{L_q}{L_d} x_2^0 x_3^J; \\
\dot{x}_2^J &= \frac{L_d}{L_q} x_1^J x_3^0 + \frac{L_d}{L_q} x_1^0 x_3^J + \frac{R}{L_q} x_2^J + p \frac{\Phi_0}{L_q} x_3^J; \\
\dot{x}_3^J &= \frac{3}{2J^2} p (L_d - L_q) x_1^0 x_2^0 + \frac{3}{2J} p (L_d - L_q) x_1^J x_2^0 + \\
&\quad \frac{3}{2J} p (L_d - L_q) x_1^0 x_2^J - \frac{3}{2J^2} p \Phi_0 x_2^0 + \frac{3}{2J} p \Phi_0 x_2^J + \frac{M_c}{J^2}.
\end{aligned} \right\} \quad (3.42)$$

Уравнение чувствительности в векторно-матричной форме

$$\dot{\mathbf{x}}_\chi = \mathbf{A}_\chi \mathbf{x}_\chi + \mathbf{B}_\chi \mathbf{u}_0 + \mathbf{F}_\chi \quad (3.43)$$

содержит вектор чувствительности  $\mathbf{x}_\chi$ , блочную матрицу Якоби  $\mathbf{A}_\chi$ , матрицу входа  $\mathbf{B}_\chi$ , матрицу свободных членов  $\mathbf{F}_\chi$  и вектор входных координат

$$\mathbf{u}_0 = [u_d \quad u_q \quad 0]^T.$$

Основная матрица уравнения чувствительности размерностью  $(12 \times 12)$

$$\mathbf{A}_\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_R & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{L_d} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{L_q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_J \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

содержит блоки по каждому из нестабильных параметров вентильного двигателя:

$$\mathbf{A}_R = \mathbf{A}_{L_d} = \mathbf{A}_{L_q} = \mathbf{A}_J =$$

$$= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d} & -p\frac{L_q}{L_d}x_3^0 & -p\frac{L_q}{L_d}x_2^0 \\ \frac{L_d}{L_q}x_3^0 & -\frac{R}{L_q} & \left(\frac{L_d}{L_q}x_1^0 + p\frac{\Phi_0}{L_q}\right) \\ \frac{3}{2J}p(L_d - L_q)x_2^0 & \frac{3}{2J}p\left[(L_d - L_q)x_1^0 + \Phi_0\right] & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.45)$$

Матрица входа  $\mathbf{B}_\chi$  размерностью  $(12 \times 3)$  представлена блочной матрицей

$$\mathbf{B}_\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_R \\ \mathbf{B}_{L_d} \\ \mathbf{B}_{L_q} \\ \mathbf{B}_J \end{bmatrix}. \quad (3.46)$$

Распишем блоки матрицы входа:

$$\mathbf{B}_R = [\mathbf{0}], (3 \times 3);$$

$$\mathbf{B}_{L_d} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{L_q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_q^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3.47)$$

$$\mathbf{B}_J = [\mathbf{0}], (3 \times 3).$$

Третье слагаемое (3.43) представляет собой матрицу свободных членов размерностью  $(12 \times 1)$

$$\mathbf{F}_\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_R \\ \mathbf{F}_{L_d} \\ \mathbf{F}_{L_q} \\ \mathbf{F}_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_d}x_1^0 \\ -\frac{1}{L_q}x_2^0 \\ 0 \\ -\frac{R}{L_d^2}x_1^0 + \frac{L_q}{L_d^2}x_2^0x_3^0 \\ \frac{1}{L_q}x_1^0x_3^0 \\ -\frac{3}{2}pL_qx_1^0x_2^0 \\ -\frac{1}{L_q}x_2^0x_3^0 \\ -\frac{L_d}{L_q^2}x_1^0x_3^0 + \frac{R}{L_q^2}x_2^0 - \frac{\Phi_0}{L_q^2}x_3^0 \\ \frac{3}{2}pL_dx_1^0x_2^0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{3}{2J^2}p\left[(L_d - L_q)x_1^0x_2^0 + \Phi_0x_2^0\right] + \frac{M_c}{J^2} \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

Уравнения вектора момента (выходной координаты)  $\mathbf{M}_\chi = \mathbf{C}_\chi \mathbf{x}_\chi$  содержат блочно-диагональную матрицу выхода  $\mathbf{C}_\chi$  размерностью  $(4 \times 12)$ , равную

$$\mathbf{C}_\chi = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_R^0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{L_d}^0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{L_q}^0 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_J^0 \end{bmatrix}, \quad (3.49)$$

где  $\mathbf{0} = [0 \ 0 \ 0]$  – нулевая вектор-строка, а блоки матрицы выхода

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_R^0 &= \begin{bmatrix} \frac{3}{2}p(L_d - L_q)x_2^0 & \frac{3}{2}p(L_d - L_q)x_1^0 + \frac{3}{2}p\Phi_0 & 0 \end{bmatrix}; \\
\mathbf{M}_{L_d}^0 &= \begin{bmatrix} \frac{3}{2}p(L_d - L_q)x_2^0 & \frac{3}{2}p(L_d - L_q)x_1^0 + \frac{3}{2}p\Phi_0 & 0 \end{bmatrix}; \\
\mathbf{M}_{L_q}^0 &= \begin{bmatrix} \frac{3}{2}p(L_d - L_q)x_2^0 & \frac{3}{2}p(L_d - L_q)x_1^0 + \frac{3}{2}p\Phi_0 & 0 \end{bmatrix}; \\
\mathbf{M}_J^0 &= \begin{bmatrix} \frac{3}{2}p(L_d - L_q)x_2^0 & \frac{3}{2}p(L_d - L_q)x_1^0 + \frac{3}{2}p\Phi_0 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Уравнения моментов относительно нестабильных параметров запишем в виде произведения матрицы выхода на вектор переменных состояния

$$\mathbf{M}_\chi = \mathbf{C}_\chi \begin{bmatrix} x_1^R \\ x_2^R \\ x_3^R \\ x_1^{L_d} \\ x_2^{L_d} \\ x_3^{L_d} \\ x_1^{L_q} \\ x_2^{L_q} \\ x_3^{L_q} \\ x_1^J \\ x_2^J \\ x_3^J \end{bmatrix}, \tag{3.51}$$

или в виде системы уравнений

$$\left. \begin{aligned}
 M_R &= \frac{3}{2} p (L_d - L_q) x_1^R x_2^0 + \frac{3}{2} p (L_d - L_q) x_1^0 x_2^R + \frac{3}{2} p \Phi_0 x_2^R; \\
 M_{L_d} &= -\frac{3}{2} p L_q x_1^0 x_2^0 + \frac{3}{2} p (L_d - L_q) x_1^{L_d} x_2^0 + \frac{3}{2} p (L_d - L_q) x_1^0 x_2^{L_d} + \\
 &+ \frac{3}{2} p \Phi_0 x_2^{L_d}; \\
 M_{L_q} &= \frac{3}{2} p L_d x_1^0 x_2^0 + \frac{3}{2} p (L_d - L_q) x_1^{L_q} x_2^0 + \frac{3}{2} p (L_d - L_q) x_1^0 x_2^{L_q} + \\
 &+ \frac{3}{2} p \Phi_0 x_2^{L_q}; \\
 M_J &= \frac{3}{2} p (L_d - L_q) x_1^J x_2^0 + \frac{3}{2} p (L_d - L_q) x_1^0 x_2^J + \frac{3}{2} p \Phi_0 x_2^J.
 \end{aligned} \right\} (3.52)$$

Полученным выше соотношениям соответствует векторно-матричная структурная схема для исследования влияния вариаций индуктивностей  $L_d$  и  $L_q$ , активного сопротивления  $R$  и момента инерции  $J$  на динамические свойства вентильного двигателя, представленная на рис. 3.25.

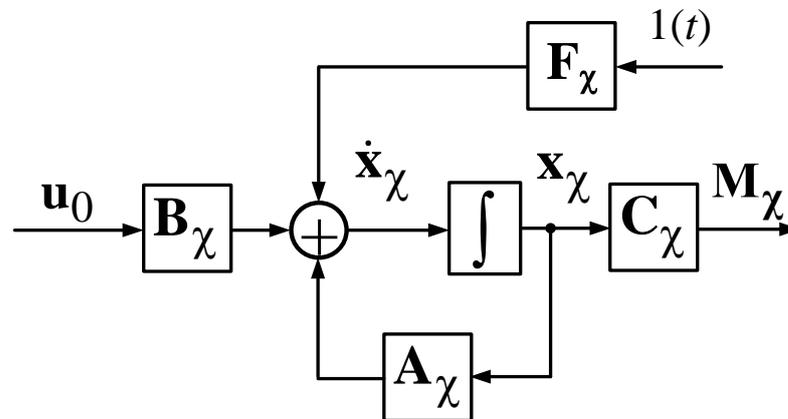


Рис. 3.25. Векторно-матричная структурная схема вычисления функций чувствительности вентильного двигателя

Определим функции чувствительности по указанным параметрам для вентильного двигателя, номинальные значения параметров которого указаны в табл. 2.4. Выходными координатами вентильного двигателя являются момент  $M$  и скорость вращения ротора  $x_3 = \omega_2$ . Simulink-модель схемы вычисления вектора чувствительности показана на рис. 3.26.

В подсистемах R, Ld, Lq, J реализовано вычисление соответствующих компонентов вектора чувствительности. На рис. 3.27 представлена Simulink-модель для вычисления функций чувствительности  $M_{Lq}$  и  $\omega_{2Lq}$ .

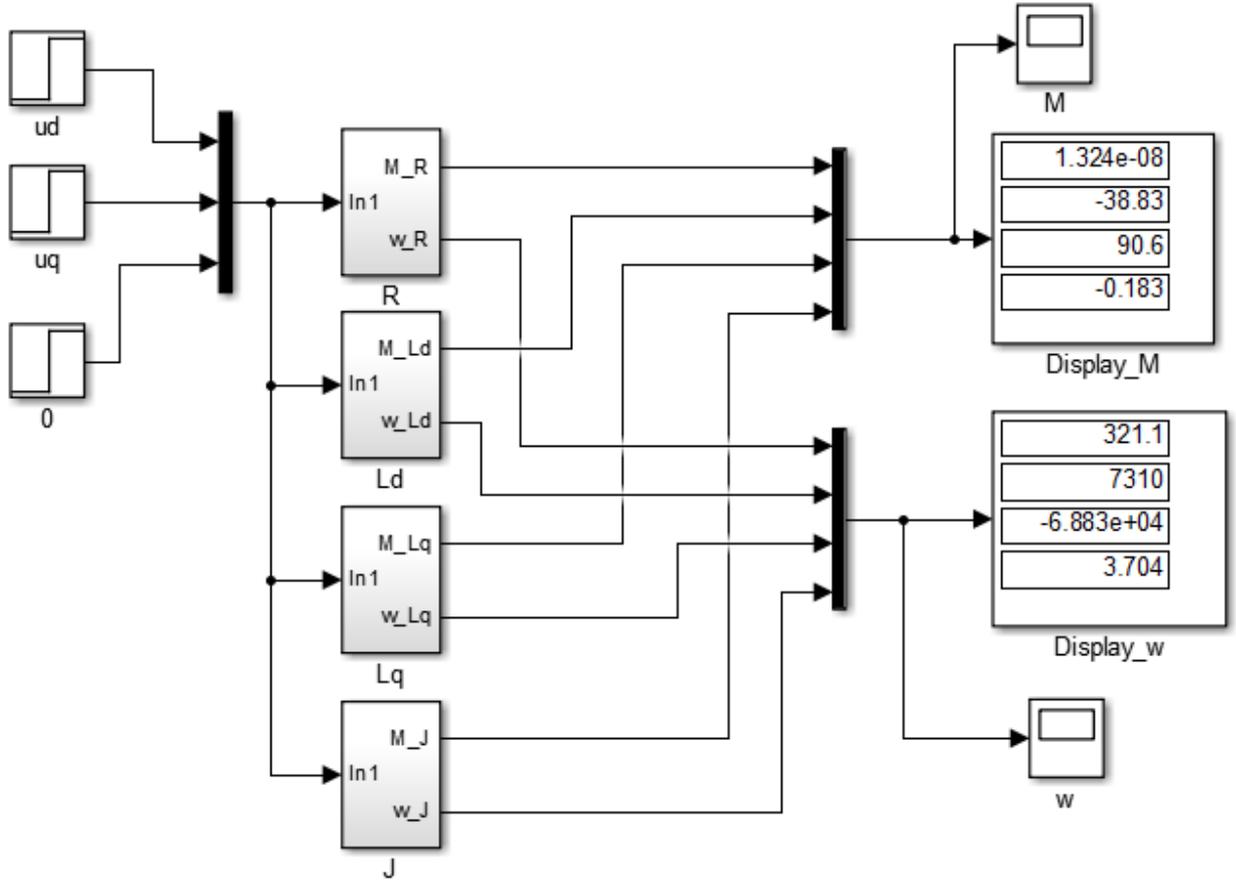


Рис. 3.26. Simulink-модель для вычисления вектора чувствительности вентильного двигателя

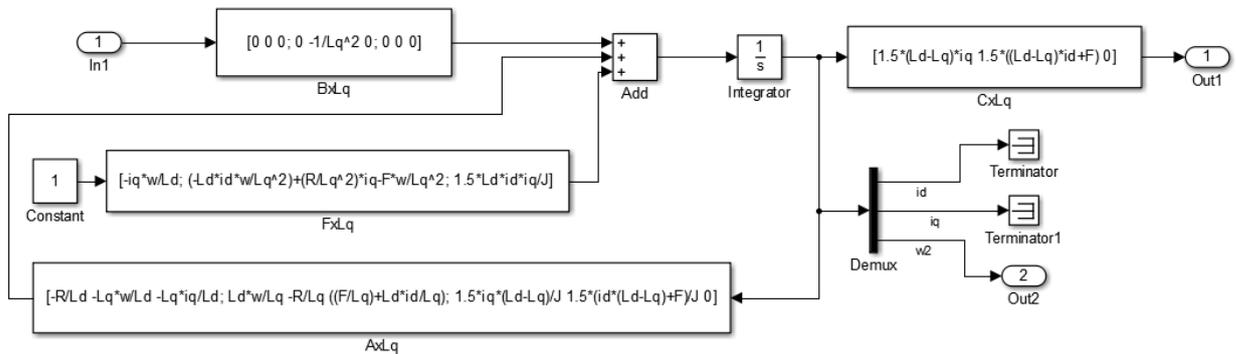


Рис. 3.27. Simulink-модель для вычисления функций чувствительности  $M_{Lq}$  и  $\omega_{2Lq}$

Блоки  $A_{xLq}$ ,  $B_{xLq}$ ,  $F_{xLq}$  и  $C_{xLq}$  содержат компоненты  $A_{Lq}$ ,  $B_{Lq}$ ,  $F_{Lq}$ ,  $C_{Lq}$  основной матрицы уравнения чувствительности (3.43)  $A_{\chi}$ , матрицы входа  $B_{\chi}$ , матрицы свободных членов  $F_{\chi}$  и матрицы выхода  $C_{\chi}$ . Остальные подсистемы R, Ld и J построены аналогично. На выходе Out1 регистрируются изменения проекции  $M_{Lq}$  вектора выходных координат  $M_{\chi}$ , а на выходе Out2 – проекции  $\omega_{2Lq}$  вектора скорости вращения ротора  $x_3^{\chi}$ . Система исходных данных для ввода в блоки  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $F_i$ ,  $C_i$  содержит следующие значения:  $R^0 = 0,96$  Ом;  $L_d^0 = 0,00525$  Гн;  $L_q^0 = 0,00225$  Гн;  $\Phi^0 = 0,183$  Вб;  $J^0 = 0,013$  кг·м<sup>2</sup>;  $\omega^0 = 138$  рад/с;  $i_d^0 = -61$  А;  $i_q^0 = 188,6$  А.

Результаты моделирования представлены на рис. 3.28 – 3.31.

$M_R(t)$ , Н·м,  $\omega_R(t)$ , рад/с

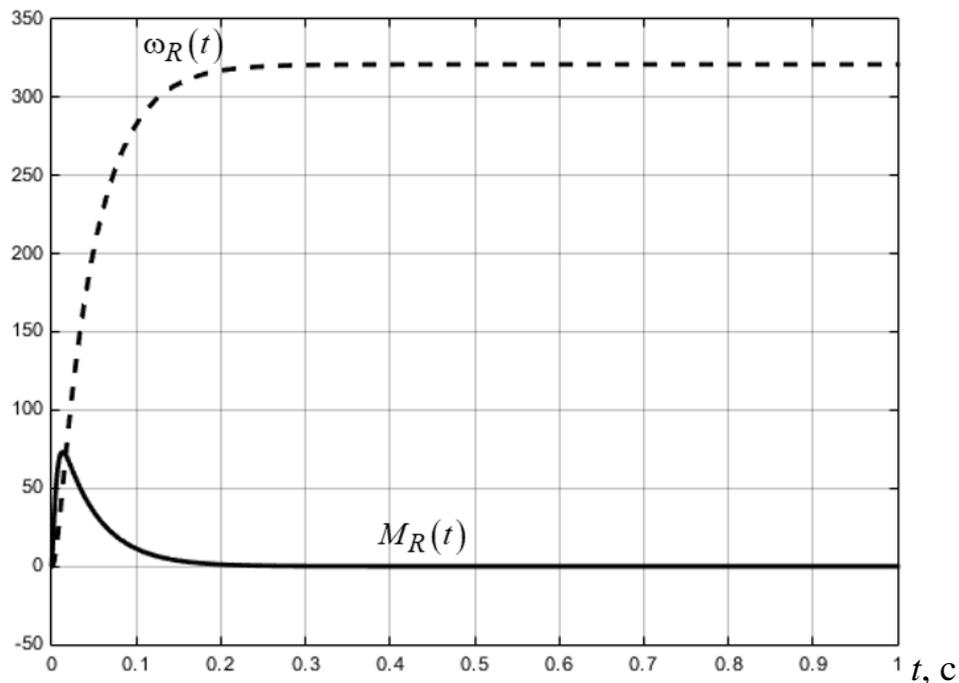


Рис. 3.28. Графики функций чувствительности  $M_R(t)$ ,  $\omega_R(t)$

$M_{L_d}(t)$ , Н·м,  $\omega_{L_d}(t)$ , рад/с

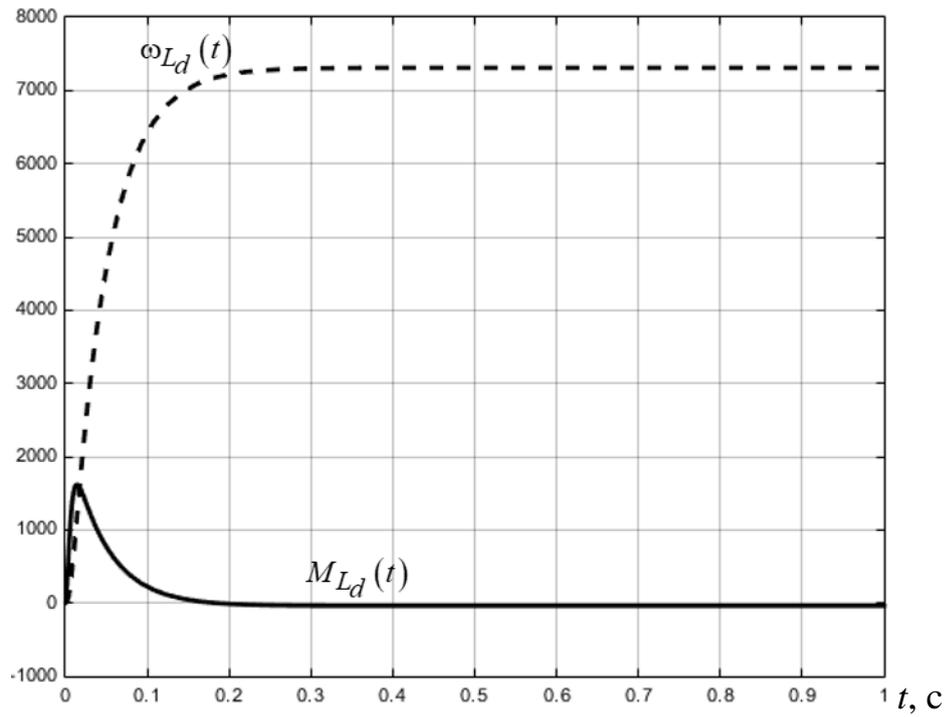


Рис. 3.29. Графики функций чувствительности  $M_{L_d}(t)$ ,  $\omega_{L_d}(t)$

$M_{L_q}(t)$ , Н·м,  $\omega_{L_q}(t)$ , рад/с

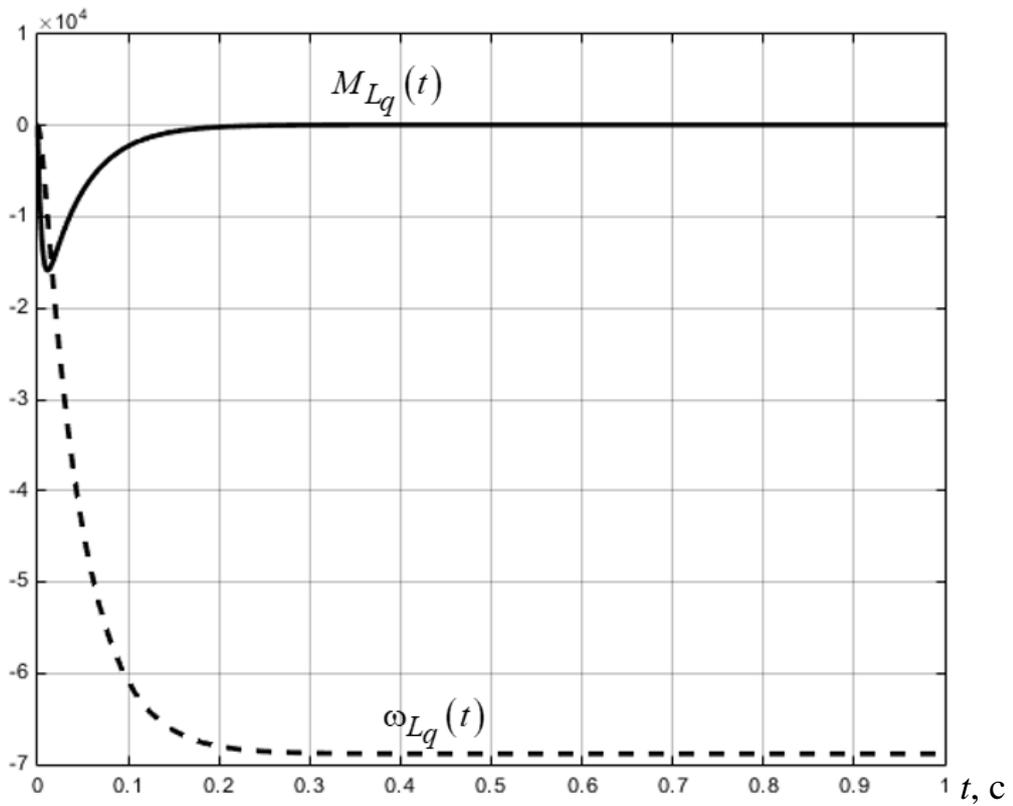


Рис. 3.30. Графики функций чувствительности  $M_{L_q}(t)$ ,  $\omega_{L_q}(t)$

$M_J(t)$ , Н·м,  $\omega_J(t)$ , рад/с

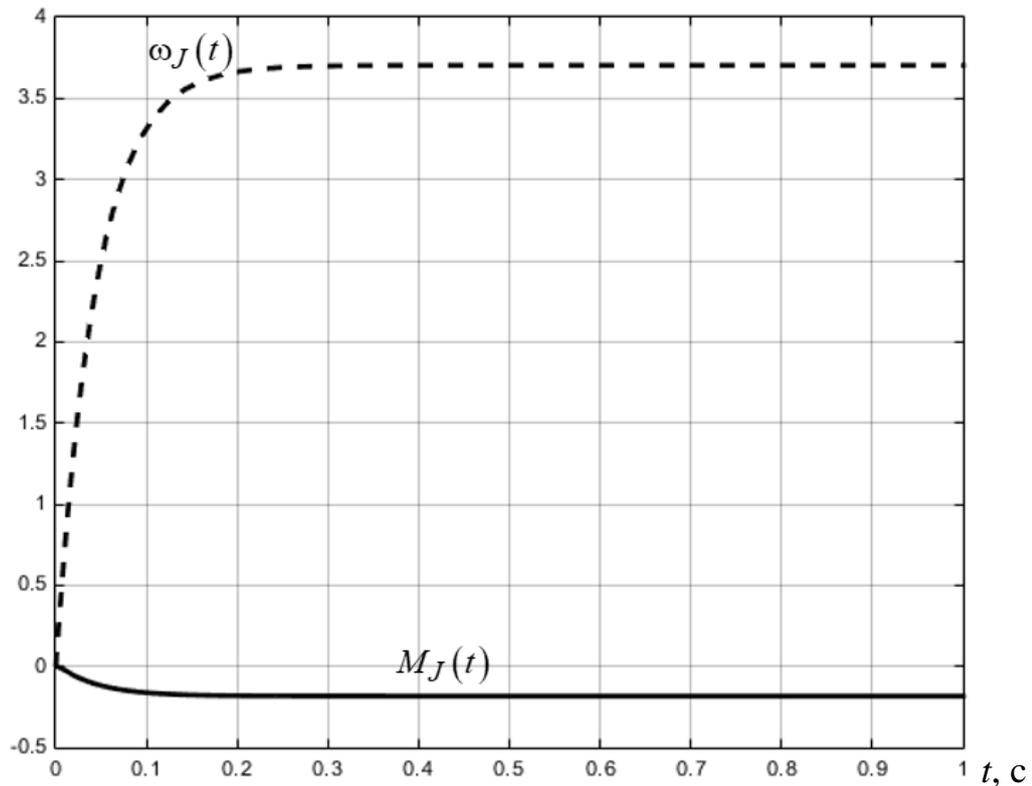


Рис. 3.31. Графики функций чувствительности  $M_J(t)$ ,  $\omega_J(t)$

Из полученных графиков следует, что наибольшее влияние на динамические характеристики вентильного ЭМП оказывают изменения проекции индуктивности статорной обмотки  $L_q$  на поперечную ось и установившиеся значения выходных координат составляют:  $\omega_{L_q}^{\text{уст}} = -6,883 \cdot 10^4$  рад/с и  $M_{L_q}^{\text{уст}} = 90,6$  Н·м (см. рис. 3.26, 3.30). Графики функций чувствительности  $M_{L_d}(t)$  и  $\omega_{L_d}(t)$  при вариациях индуктивности  $L_d$  статора (рис. 3.29) имеют зеркальный по отношению к рис. 3.30 характер и устанавливаются около значений, равных  $\omega_{L_d}^{\text{уст}} = 7310$  рад/с и  $M_{L_d}^{\text{уст}} = -38,83$  Н·м. Изменение активного сопротивления статора (рис. 3.28) и момента инерции ротора (рис. 3.31) в меньшей степени сказываются на выходных координатах вентильного двигателя и соответствующие установившиеся значения функций чувствительности составляют:  $\omega_R^{\text{уст}} = 321,1$  рад/с,  $\omega_J^{\text{уст}} = 3,704$  рад/с,

$M_R^{уст} \approx 0 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ,  $M_J^{уст} = -0,183 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Таким образом, наиболее чувствительной к вариациям параметров координатой является скорость вращения, а наиболее влияющим параметром – индуктивность  $L_q$ .

Произведем анализ статистических характеристик и построим графики дисперсий и относительных оценок в соответствии с выражениями (3.20), (3.21), (3.22). Соответствующая Simulink-модель показана на рис. 3.32.

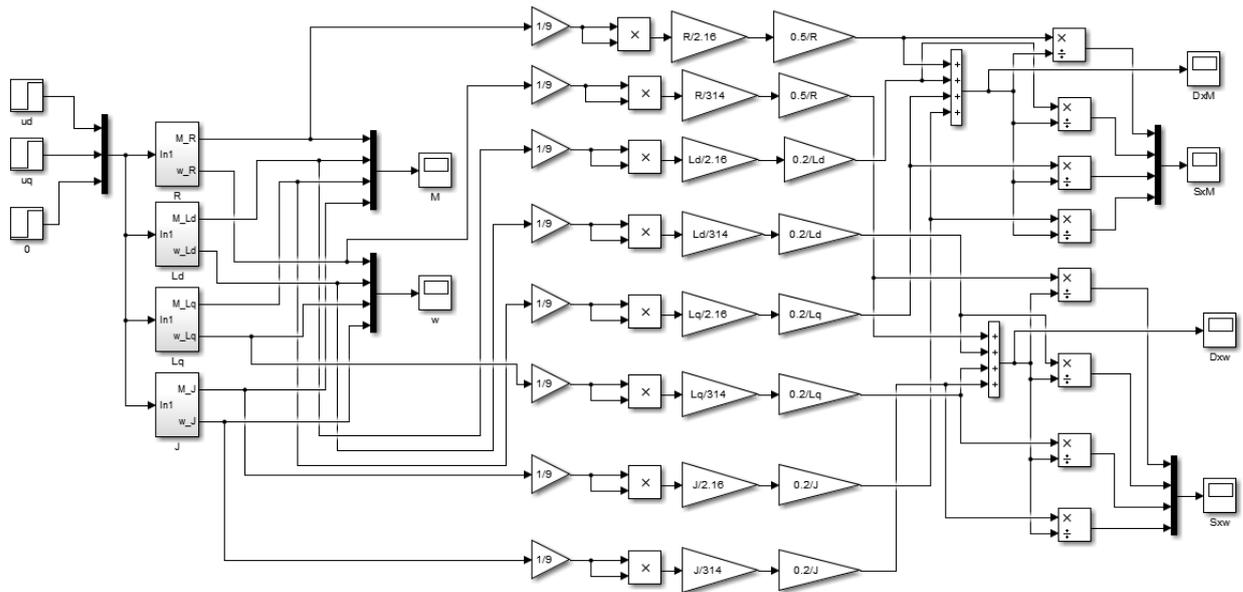


Рис. 3.32. Simulink-модель вычисления суммарной дисперсии и относительных оценок вентильного ЭМП

Графики дисперсий при вариациях нестабильных параметров представлены на рис. 3.33, 3.34.

$D_R^*$ ,  $D_{L_d}^*$ ,  $D_{L_q}^*$ ,  $D_J^*$ , о.е.

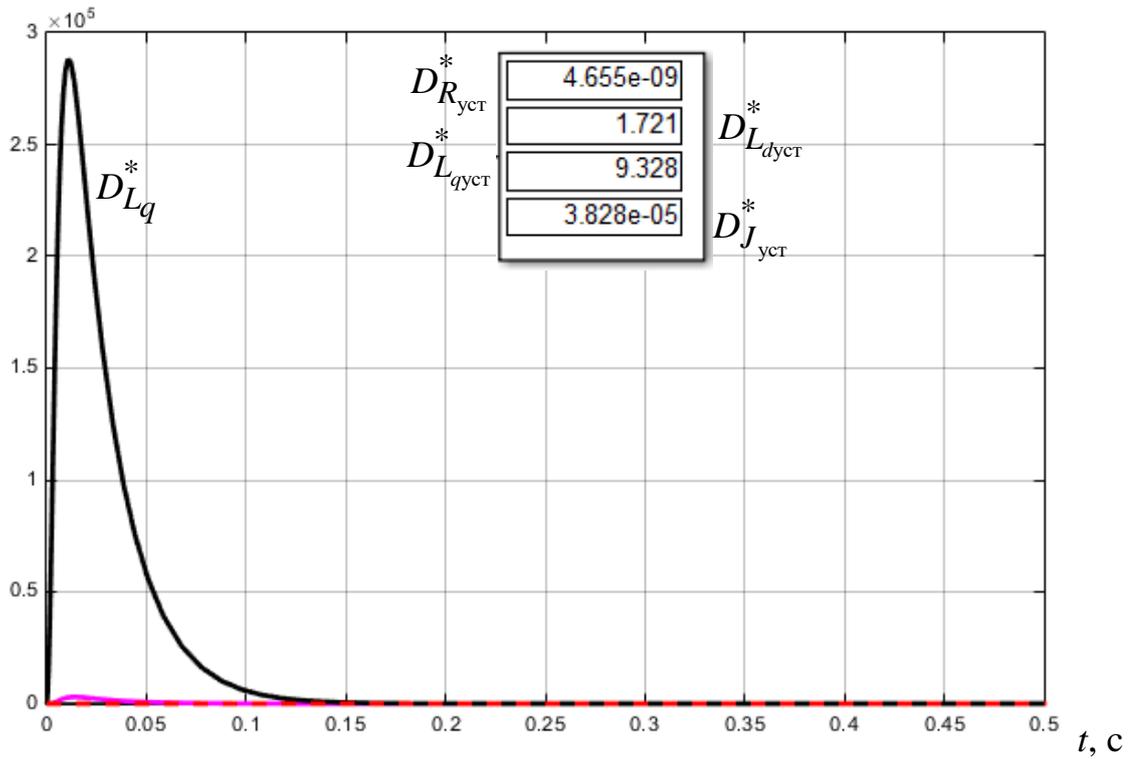


Рис. 3.33. Графики относительных дисперсий выходной координаты  $M$

$D_R^*$ ,  $D_{L_d}^*$ ,  $D_{L_q}^*$ ,  $D_J^*$ , о.е.

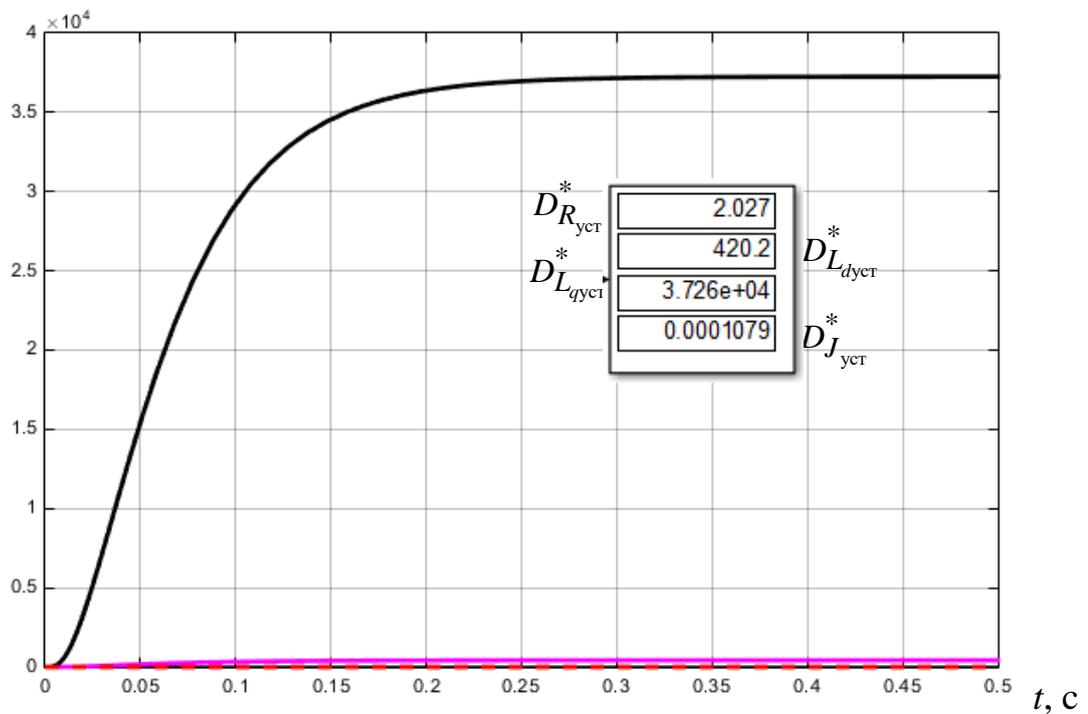


Рис. 3.34. Графики относительных дисперсий выходной координаты  $\omega$

Из полученных зависимостей следует, что преобладающее влияние на момент  $M$  и на скорость вращения  $\omega$  оказывают вариации поперечной составляющей индуктивности  $L_q$  с установившимися значениями  $D_{L_q}^{*уст,\omega} = 3,726 \cdot 10^4$  о.е. и  $D_{L_q}^{*уст,M} = 9,328$  о.е. соответственно, причем зависимость  $D_{L_q}^{*M}(t)$  имеет значительный динамический выброс. Установившиеся значения относительных дисперсий при изменении индуктивности  $L_d$  составили  $D_{L_d}^{*уст,\omega} = 420,2$  о.е. и  $D_{L_d}^{*уст,M} = 1,721$  о.е. Влияния изменения сопротивления и момента инерции пренебрежимо малы.

На рис. 3.35, 3.36 показаны графики относительных оценок при вариациях параметров. Наибольшую погрешность в отклонение выходных координат вентильного ЭМП вносят изменения индуктивности обмотки статора, причем  $S_{L_q}^{уст,\omega} = 0,9888$  о.е.,  $S_{L_q}^{уст,M} = 0,8442$  о.е., а  $S_{L_d}^{уст,\omega} = 0,01115$  о.е.,  $S_{L_d}^{уст,M} = 0,1558$  о.е. Вклад в суммарную погрешность от вариаций активного сопротивления и момента инерции можно считать равным нулю.

$$S_R, S_{L_d}, S_{L_q}, S_J, \text{ о.е.}$$

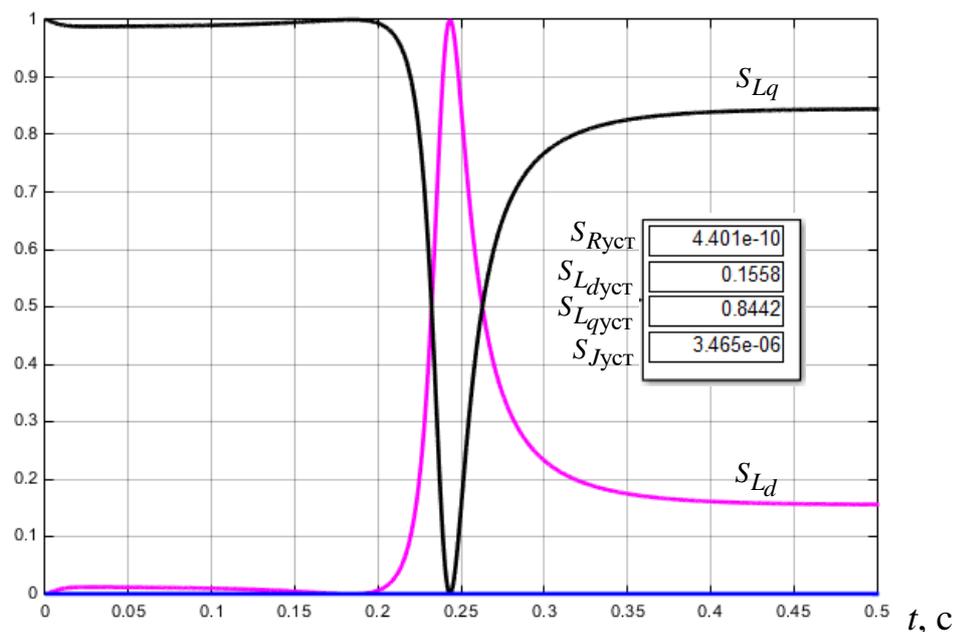


Рис. 3.35. Графики относительных оценок выходной координаты  $M$

$S_R, S_{L_d}, S_{L_q}, S_J, \text{o.e.}$

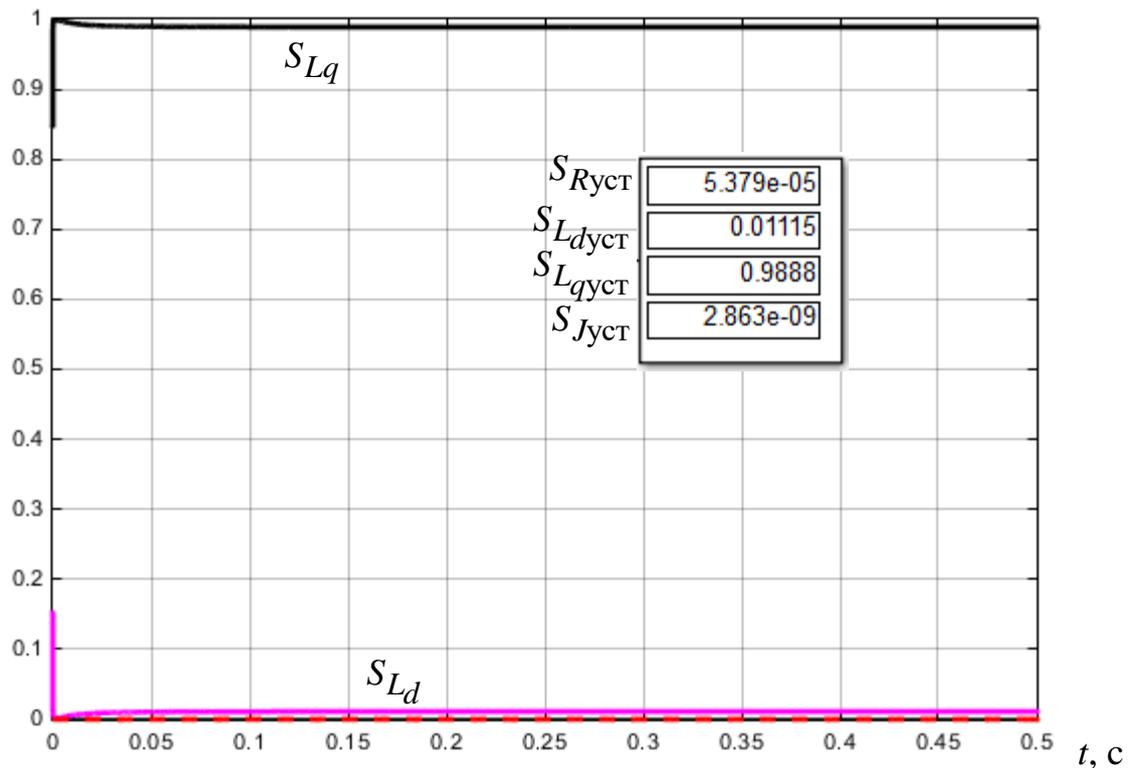


Рис. 3.36. Графики относительных оценок выходной координаты  $\omega$

Результаты проведенных исследований используются в деятельности электрического цеха Казанской ТЭЦ-1 на этапе послеремонтных испытаний ЭМП, имеется акт внедрения, приведенный в приложении П.8.

**Выводы.** Математический аппарат теории чувствительности дает возможность получить линейные уравнения функций чувствительности (3.14, 3.17, 3.23, 3.43) для нелинейных электромеханических преобразователей с нестабильными параметрами. Полученные уравнения приводят к векторно-матричной структурной схеме вычисления функций чувствительности (рис. 3.2), на основе которой формируются Simulink-модели, позволяющие оценить влияние изменений нестабильных параметров ЭМП на их динамические характеристики, а также реализовать алгоритмы многопараметрического анализа и контроля функционирования объектов исследования, эксплуатируемых в составе рабочих комплексов.

В результате определения функций чувствительности для ЭМП постоянного тока и формирования Simulink-моделей вычисления вектора чувствительности, а

также суммарной дисперсии и относительных оценок при случайных отклонениях нестабильных параметров было показано, что наиболее чувствительной к параметрическим изменениям выходной координатой ЭМП является угловая скорость вращения  $\omega$ . В этой связи скорость  $\omega$  является также и наиболее информативной координатой и представляет максимальный интерес при построении системы многопараметрического анализа и контроля функционирования ЭМП. Кроме того, анализ параметрических возмущений показал, что наибольшую погрешность в отклонения выходных координат ЭМП постоянного тока вносит изменение момента инерции  $J$ , поскольку его влияние на скорость вращения примерно в 18 раз превышает влияние индуктивности и активного сопротивления якорной цепи и  $\omega_J^{\text{уст}} = -466,8$  рад/с, тогда как  $\omega_{R_a}^{\text{уст}} = -25,71$  рад/с, а  $\omega_{L_a}^{\text{уст}} = -26,51$  рад/с.

При исследовании асинхронного ЭМП с нестабильными параметрами, которыми являются коэффициенты при переменных системы уравнений (1.34), в качестве выходной координаты рассматривался электромагнитный момент  $M$ . Характерной особенностью векторно-матричной структурной схемы вычисления функций чувствительности АЭМП является наличие матрицы свободных членов, приведенной к выходу схемы. Графики функций чувствительности, дисперсий и относительных оценок свидетельствуют о том, что определяющее воздействие на динамические характеристики АЭМП оказывает взаимная индуктивность  $L_{12}$ . Так, установившееся значение момента при вариациях величины  $L_{12}$   $M_{L_{12}}^{\text{уст}} = 9524$  Н·м, а изменения индуктивностей статора и ротора оказывают на динамику АЭМП практически одинаковое влияние и функции чувствительности  $M_{L_1}(t)$  и  $M_{L_2}(t)$  устанавливаются около значений, равных  $M_{L_1}^{\text{уст}} = -117,6$  Н·м и  $M_{L_2}^{\text{уст}} = -115,3$  Н·м соответственно. В этой связи влиянием индуктивностей, а также активных сопротивлений статора и ротора на выходную координату АЭМП можно пренебречь.

Анализ влияния нестабильных параметров вентильного ЭМП на динамические характеристики был произведен для момента  $M$  и скорости вращения  $\omega$ . Полученному уравнению чувствительности (3.43) соответствует векторно-матричная структурная схема вычисления функций чувствительности вентильного двигателя с матрицей свободных членов, приведенной ко входу схемы. Моделирование уравнений чувствительности на основе Simulink-моделей с подсистемами по нестабильным параметрам позволило сделать вывод о преобладающем влиянии проекции индуктивности статора  $L_q$  на поперечную координатную ось, вызывающей соответствующие изменения выходных координат вентильного ЭМП: скорости вращения до значения  $\omega_{L_q}^{уст} = -6,883 \cdot 10^4$  рад/с и момента до значения  $M_{L_q}^{уст} = 90,6$  Н·м. Графики функций чувствительности  $M_{L_d}(t)$  и  $\omega_{L_d}(t)$  при вариациях индуктивности  $L_d$  статора устанавливаются около значений, равных  $\omega_{L_d}^{уст} = 7310$  рад/с и  $M_{L_d}^{уст} = -38,83$  Н·м, а при изменении активного сопротивления статора и момента инерции ротора установившиеся значения функций чувствительности составляют:  $\omega_R^{уст} = 321,1$  рад/с,  $\omega_J^{уст} = 3,704$  рад/с,  $M_R^{уст} \approx 0$  Н·м,  $M_J^{уст} = -0,183$  Н·м. При этом, подобно ЭМП постоянного тока, наиболее чувствительной к вариациям параметров координатой является угловая скорость вращения  $\omega$ .

Анализ результатов исследований, проведенных в данной главе, позволяет судить о применимости векторных моделей чувствительности, полученных для нелинейных многосвязных квазистационарных ЭМП в реализации градиентного метода с использованием программной среды *MatLab*. Данное обстоятельство приводит к выводу о возможности применения метода вычисления компонент  $Q$ -таблицы для ЭМП различных типов. Следует отметить, что компоненты  $Q$ -таблицы

вычисляются на основании экспериментальных исследований ЭМП в процессе эксплуатации, что, в свою очередь, позволяет автоматизировать процедуру подготовки  $Q$ -таблиц и получения оценок нестабильных параметров объекта в режиме реального времени. При этом обеспечение заданной точности оценок гарантируется установкой числа поддиапазонов вектора нестабильных параметров перед началом вычислительного эксперимента.

Полученные для рассмотренных типов ЭМП уравнения чувствительности и Simulink-модели будут применены в дальнейшем для решения комплексной задачи многопараметрического автоматизированного анализа и контроля электромеханических преобразователей на этапах проектирования, испытаний опытных образцов, а также эксплуатации в процессе функционирования в составе рабочих комплексов.

## ГЛАВА 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ МЕТОДА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА НА ОСНОВЕ ГРАДИЕНТНОГО АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ

### 4.1. Метод многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей

В основе метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей различных типов лежат дифференциальные уравнения вида (1.25) или (1.26), (1.34), (1.35), характеризующие динамические свойства последних с той или иной степенью соответствия реальному объекту исследования.

Сформулируем последовательность действий при реализации метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей, условно состоящего из предварительного-экспериментального и аналитико-экспериментального этапов.

- I. Предварительно-экспериментальный этап.
  1. Определение выходных координат электромеханических преобразователей в динамических режимах (пуск вхолостую, пуск при номинальной нагрузке) с применением лабораторной установки для исследования переходных режимов электромеханических преобразователей.
  2. Регистрация и сохранение полученных временных зависимостей выходных координат с применением соответствующего программного обеспечения (LabVIEW, MatLab, Arduino IDE).
  3. Статистическая обработка (усреднение) результатов эксперимента с применением Microsoft Excel.

4. Измерение и расчет анализируемых нестабильных параметров электромеханических преобразователей и сравнение измеренных и расчетных значений параметров между собой и с паспортными данными или данными, полученными при проектировании ЭМП; оценка погрешностей измерения и расчета.
5. Формирование математической модели электромеханического преобразователя:
  - а) идентификация модели объекта исследования по экспериментальным данным с получением уравнений динамики, коэффициенты которых однозначно зависят от величин контролируемых параметров (передаточные функции, векторно-матричные уравнения, нелинейные дифференциальные уравнения; используются представленные выше формы описания моделей ЭМП);
  - б) идентификация модели объекта исследования с получением аналитической зависимости, аппроксимирующей экспериментальные переходные процессы; полученная зависимость также отражает динамику ЭМП, но ее коэффициенты не зависят в явном виде от величин контролируемых параметров (метод наименьших квадратов, полиномиальная аппроксимация);
6. Оценка статических и динамических погрешностей математической модели: сравнение установившихся значений модели и эксперимента; вычисление невязки между модельными и экспериментальными временными характеристиками. Обоснование возможности применения полученной математической модели электромеханического преобразователя для реализации метода.

## II. Аналитико-экспериментальный этап

1. Формирование эталонной модели. Эталонная модель представляет собой математическую модель электромеханического преобразователя в той или иной форме представления (передаточные функции, векторно-матричные уравнения, нелинейные дифференциальные

уравнения) с номинальными значениями параметров, определяемыми на этапе проектирования машины или установленными заводом-изготовителем (имеющимися в справочной литературе).

2. Формирование моделей чувствительности по нестабильным параметрам и получение соответствующих функций чувствительности  $G_i(\hat{\chi})$  (см. главу 3).
3. Дискретная аппроксимация эталонной модели и моделей чувствительности.
4. Вычисление обобщённого интегрального критерия  $Q[\varepsilon(\chi)]$  и построение  $Q$ -таблиц.
5. Построение  $\chi$ -зависимостей и программная реализация полученных результатов с применением микропроцессорной техники и среды MatLab
6. Проверка работоспособности метода путем моделирования в среде MatLab Simulink, а также экспериментально с применением реального ЭМП и вычисление погрешностей оценок параметров.

Раскроем более подробно пункты П.3, П.4. Аналитический этап метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей включает в себя построение векторно-матричной структурной схемы на основе полученных ранее моделей объекта исследования (см. рис. 3.1), эталонной модели и моделей чувствительности (см. рис. 3.2).

При построении векторно-матричной структурной схемы многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей применен беспоисковый градиентный метод с эталонной моделью и моделями чувствительности [103, 104] по анализируемым параметрам с целью получения вектора сигнала невязки  $\varepsilon$ , пропорционального вариациям параметров.

Минимизация функционала  $Q$  невязки  $\varepsilon$  осуществляется путем вычисления градиента по нестабильным параметрам  $\chi = \{\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_r\}$ . Градиентный алгоритм

оценки параметров  $\chi_i$  из условия достижения минимума функционала  $Q$  запишется как:

$$\hat{\chi} = -\Lambda_{\chi} \nabla_{\hat{\chi}} Q[\boldsymbol{\varepsilon}(\chi)], \quad (4.1)$$

где  $\Lambda_{\chi} = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r\}$  – вектор коэффициентов нормирования.

Для определения компонентов градиента оценочной функции  $\nabla_{\hat{\chi}} Q$  следует применить метод вспомогательного оператора:

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{\chi}_i} = \left( \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \hat{\chi}_i} \right)^T \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}},$$

где частные производные  $\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \hat{\chi}_i}$  – элементы матрицы Якоби.

Дифференцируя невязку  $\boldsymbol{\varepsilon}$  по нестабильным параметрам, получим

$$\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \hat{\chi}_i} = \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \hat{\chi}_i} = \frac{\partial \mathbf{F}(\hat{\chi})}{\partial \hat{\chi}_i} \mathbf{u} = G_i(\hat{\chi}) \mathbf{u} \quad (4.2)$$

где  $\mathbf{F}(\hat{\chi})$  – модель объекта исследования,  $G_i(\hat{\chi})$  – функция чувствительности к изменениям оценок  $\chi_i$ . Тогда

$$\nabla_{\hat{\chi}_i} Q = G_i(\hat{\chi}) \left( \frac{\partial Q}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right)^T \mathbf{u}. \quad (4.3)$$

Алгоритм вычисления вектора оценок нестабильных параметров  $\hat{\chi}$  можно записать как систему вычисления текущих оценок  $\chi_i$ :

$$\hat{\chi}_i = -\lambda_{\chi} G_i(\hat{\chi}) \left( \frac{\partial Q[\boldsymbol{\varepsilon}(\hat{\chi})]}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \right)^T \mathbf{u}. \quad (4.4)$$

На основании представленных соотношений формируется векторно-матричная структурная схема многопараметрического анализа и контроля электромеханических преобразователей, представленная на рис. 4.1.

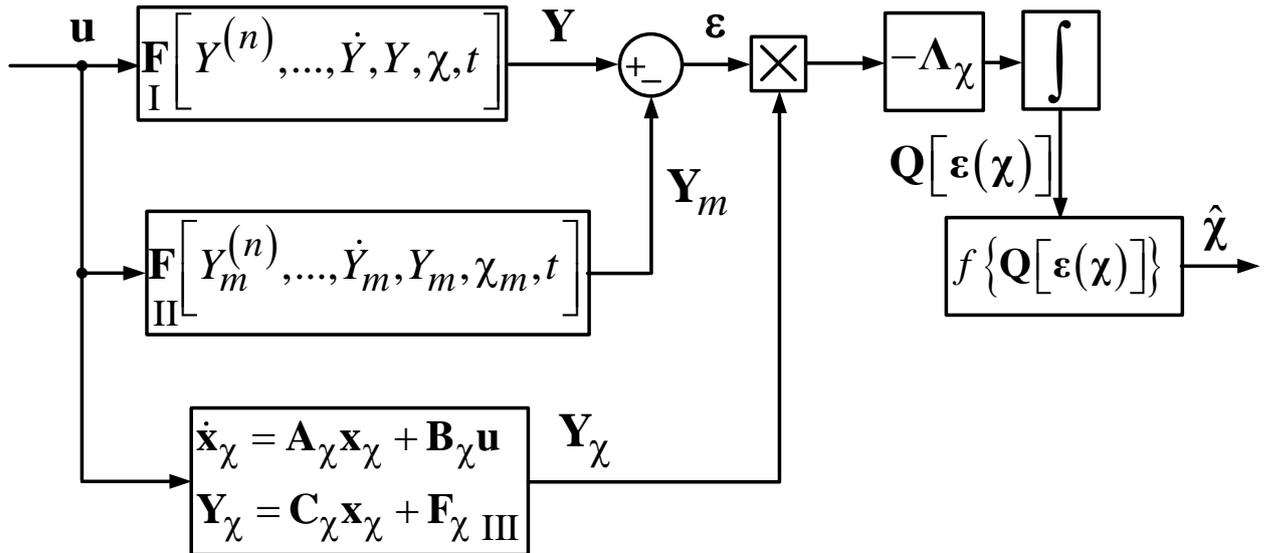


Рис. 4.1. Векторно-матричная структурная схема многопараметрического анализа и контроля электромеханических преобразователей

На схеме приняты следующие обозначения: I – модель объекта исследования (ЭМП) с нестабильными параметрами; II – эталонная модель объекта исследования; III – модель чувствительности по контролируемым нестабильным параметрам;  $\mathbf{Y}$  – вектор выходных координат объекта исследования;  $\mathbf{Y}_m$  – вектор выходных координат эталонной модели;  $\mathbf{A}_\chi$ ,  $\mathbf{B}_\chi$ ,  $\mathbf{C}_\chi$ ,  $\mathbf{F}_\chi$  – матрицы коэффициентов модели чувствительности;  $\mathbf{Y}_\chi$  – вектор функций чувствительности;  $\boldsymbol{\epsilon}$  – вектор невязки между выходными координатами модели объекта исследования и эталонной модели;  $\boldsymbol{\Lambda}_\chi = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r\}$  – вектор коэффициентов нормирования;  $\mathbf{Q}[\boldsymbol{\epsilon}(\chi)]$  – вектор значений линейного интегрального критерия;  $\hat{\chi}$  – вектор оценок нестабильных параметров.

По результатам вычисления  $\mathbf{Q}[\boldsymbol{\epsilon}(\chi)]$  формируется  $Q$ -таблица с количеством столбцов, зависящим от количества  $r$  контролируемых нестабильных параметров исследуемого объекта. Количество строк  $Q$ -таблицы  $k$  определяется диапазоном изменения нестабильных параметров, величиной отклонения параметра, т.е. требуемой точностью оценки и вычисляется по следующему выражению:

$$k = \beta^r, \quad (4.5)$$

$$\beta = \frac{\chi_{imax} - \chi_{imin}}{\Delta\chi_i} + 1,$$

где  $\chi_{imax}$  – верхняя граница диапазона изменения  $i$ -го нестабильного параметра;  $\chi_{imin}$  – нижняя граница диапазона изменения  $i$ -го нестабильного параметра;  $\Delta\chi_i$  – отклонение  $i$ -го параметра;  $\beta$  – коэффициент отклонения  $i$ -го параметра.

На основании полученной  $Q$ -таблицы, в которой значения обобщённого интегрального критерия ранжируются по возрастанию параллельно с соответствующими значениями нестабильных параметров, строятся графики  $\chi$ -зависимостей – точечных характеристик вида  $\hat{\chi} = f \{ \mathbf{Q} [ \boldsymbol{\varepsilon}(\chi) ] \}$ , позволяющих получить оценки нестабильных параметров.

Содержание этапов метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей представлены в виде блок-схемы, показанной на рис. 4.2.

Отдельные нюансы приведенной блок-схемы алгоритма многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей сформулированы в форме следующих примечаний, порядковый номер которых соответствует номерам блоков на рис. 4.2:

Блок 3. Измерение параметров  $\chi_i$  ЭМП производится поверенными приборами и измерительными преобразователями и сравнивается со значениями параметров  $\chi_{iП}$ , полученных на этапе проектирования ЭМП или содержащихся в паспорте машины;

Блок 7. Структура эталонной модели определяется совокупностью задач, выполняемых электромеханическим преобразователем в составе рабочего комплекса и, при прочих равных условиях, содержит в явной или неявной форме значения параметров  $\chi_{im}$ , определяющие наилучшие энергетические показатели работы ЭМП, т.е. в частном случае  $\chi_{im} = \chi_{iП}$ ;

Блок 12. Апробация метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей выполняется на базе

установки, обеспечивающей реализацию предварительно-экспериментального этапа при использовании реального ЭМП с возможностью детерминированного изменения нестабильных параметров объекта исследования.

Следует отметить, что показанная на рис. 4.2 блок-схема иллюстрирует общий подход к алгоритму многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей и не отражает особенностей, возникающих при исследовании конкретных разновидностей ЭМП. Далее в работе рассматривается реализация разработанного метода применительно к электромеханическим преобразователям постоянного тока в силу сравнительной простоты математического описания, представленного линейными дифференциальными уравнениями второго порядка, а также числа контролируемых нестабильных параметров, равного трем, что, согласно выражениям (4.5), позволит снизить количество строк  $Q$ -таблицы и, следовательно, уменьшить объем расчетов и требуемых вычислительных мощностей. Подробное обоснование выбора двигателя постоянного тока в качестве объекта экспериментального исследования дано выше в разделе 2.5.

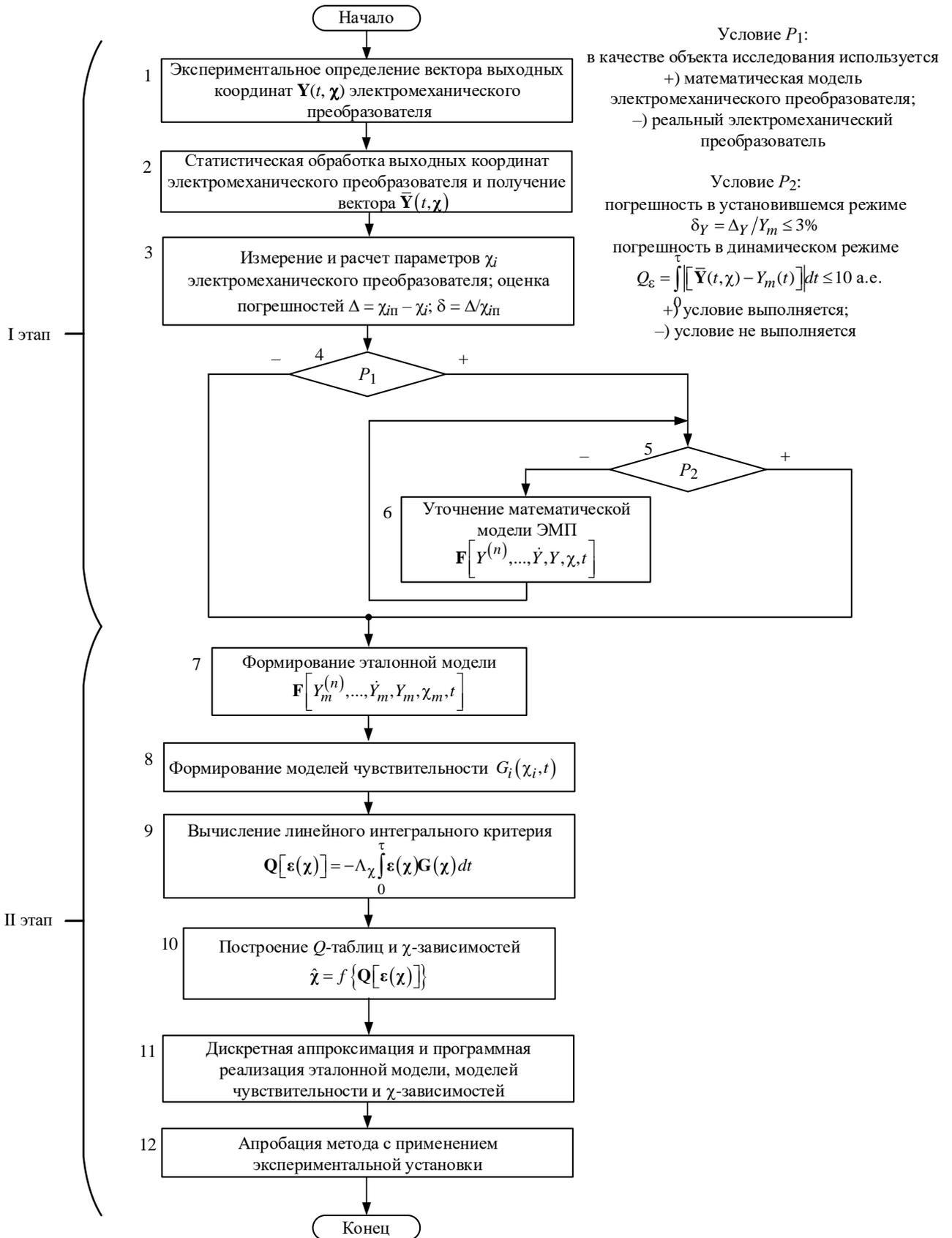


Рис. 4.2. Блок-схема алгоритма многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей

## 4.2. Выбор экспериментальной установки для многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей

Практическая реализация метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей и, в частности, его предварительно-экспериментального этапа, произведена с применением двух разновидностей экспериментальных установок на примере исследования двигателей постоянного тока с датчиками скорости вращения.

В качестве объектов исследования рассмотрены общепромышленный двигатель постоянного тока типа 4ПБ112М2Г, а также серводвигатель постоянного тока с возбуждением от постоянных магнитов типа PIVT-6-25/3А. Паспортные данные двигателей сведены в таблицы 4.1, 4.2 [105, 106]. Оба двигателя укомплектованы встроенными тахогенераторами.

Паспортные данные двигателя 4ПБ112М2Г

Таблица 4.1

$U_{\text{ном}}$ , В	$P_{\text{ном}}$ , кВт	$I_{a1}$ , А	$\eta_{\text{ном}}$ , %	$n_1$ , об/мин	$2p$	$n_{\text{max}}$ , об/мин	$J_{\text{ном}}$ , кг·м <sup>2</sup>
220	3	16,2	80	3000	2	4000	0,0235

Паспортные данные двигателя PIVT-6-25/3А

Таблица 4.2

$U_{\text{ном}}$ , В	$K_m$ , Н·м/А	$T_a$ , с	$M_{\text{max}}$ , Н·м	$T_m$ , с	$n_2$ , об/мин при $M = M_{\text{max}}$	$I_{a2}$ , А при $M = M_{\text{max}}$
30	0,072	0,002	0,225	0,025	3000	4,5

Измерение активного сопротивления якорной цепи произведено с помощью измерительного моста постоянного тока типа ММВ с погрешностью, не превышающей  $\pm 5\%$ . Результаты измерения составили, соответственно:

$$R_{a1} = 1,358 \text{ Ом}; R_{a2} = 5,15 \text{ Ом}. \quad (4.6)$$

Индуктивности якорных обмоток определены на основе следующих соотношений:

$$L_{a1} = k_i \frac{30U_{\text{НОМ}}}{\pi p I_{\text{НОМ}} n_{\text{НОМ}}} = 0,5 \frac{30 \cdot 220}{\pi \cdot 2 \cdot 16,2 \cdot 3000} = 0,0108 \text{ Гн};$$

$$L_{a2} = T_a R_{a2} = 0,002 \cdot 5,15 = 0,0103 \text{ Гн},$$
(4.7)

где  $T_a = \frac{L_a}{R_a}$  – электромагнитная постоянная времени.

Коэффициенты противо-ЭДС

$$c_1 = \frac{U_{\text{НОМ}} - I_{\text{НОМ}} R_{a1}}{\omega_{\text{НОМ}}} = \frac{220 - 16,2 \cdot 1,358}{314} = 0,63 \text{ В} \cdot \text{с} / \text{рад};$$

$$c_2 = K_m = 0,072 \text{ В} \cdot \text{с} / \text{рад}.$$
(4.8)

Момент инерции двигателя РИТ-6-25/3А определим на основании известной электромеханической постоянной времени

$$T_m = \frac{J_{\text{НОМ}} R_a}{c^2}, \text{ откуда } J_{\text{НОМ}2} = \frac{T_m c_2^2}{R_a} = \frac{0,025 \cdot 0,072^2}{5,15} = 2,516 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \quad (4.9)$$

Передаточная функция двигателя постоянного тока, выраженная через параметры [92, 105]:

$$W_{\text{ДВ}}(s) = \frac{\Omega_{\text{НОМ}}(s)}{U_{\text{НОМ}}(s)} = \frac{1/c}{\frac{L_a J_{\text{НОМ}}}{c^2} s^2 + \frac{R_a J_{\text{НОМ}}}{c^2} s + 1}. \quad (4.10)$$

Задача использования экспериментальных установок состоит в регистрации динамических характеристик электромеханических преобразователей и проверке соответствия полученных результатов соответствующим математическим моделям.

#### 4.2.1. Исследование двигателя постоянного тока типа 4ПБ112М2Г с применением программной среды Labview

Схема экспериментальной установки для исследования двигателя 4ПБ112М2Г показана на рис. 4.3.

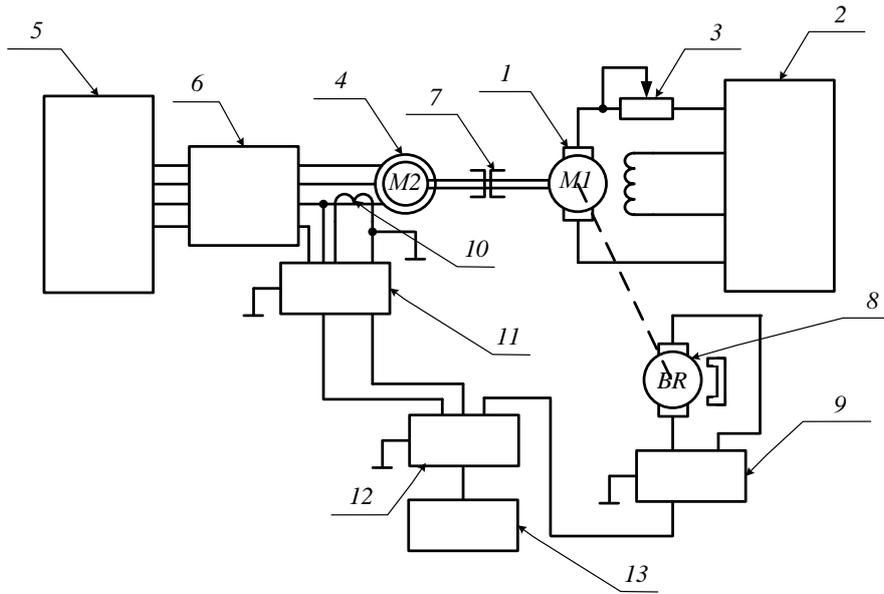


Рис. 4.3. Функциональная схема экспериментальной установки для исследования электрических машин с обработкой информации в среде Labview: 1 – двигатель постоянного тока; 2 – станция управления ДПТ; 3 – реостат; 4 – асинхронный двигатель; 5 – станция управления АД; 6 – комплектное измерительное устройство; 7 – муфта; 8 – тахогенератор; 9 – делитель напряжения; 10 – трансформатор тока; 11 – блок согласования; 12 – аналого-цифровой преобразователь; 13 – персональный компьютер

Установка включает в себя испытуемый двигатель постоянного тока независимого возбуждения (ДПТНВ) М1 типа 4ПБ112М2ГУХЛ4 с жестко установленным на валу тахогенератором ТП80-20-0,2. Вал двигателя с помощью двух упругих втулочно-пальцевых полумуфт 7 соединен с асинхронным электродвигателем (АД) типа АИР90L2У2. ДПТНВ 1 и АД 4 жестко закреплены на станине посредством болтовых соединений. При необходимости двигатели могут быть разъединены. Управление работой ДПТНВ производится со станции управления 2, которая представляет собой четырехквadrантный компактный тиристорный преобразователь постоянного тока бескорпусного исполнения с функцией рекуперации энергии в сеть типа SPRINT ELECTRIC 3600XRi. В якорной цепи ДПТНВ предусмотрена возможность подключения добавочных сопротивлений и индуктивностей. Управ-

ление АД осуществляется со станции управления 5. Для калибровки измерительных каналов в силовую цепь управления АД подключается переносное комплектное измерительное устройство К50 6. В качестве датчика скорости в измерительном канале используется входящий в состав ДПТНВ тахогенератор 8, с крутизной статической характеристики  $20 \text{ мВ} \cdot \text{мин}$ . Сигнал с тахогенератора поступает на делитель напряжения 9 с коэффициентом передачи 0,0167 и далее на вход восьмиканального последовательного аналогово-цифрового преобразователя напряжения NI 4472 12 с частотой дискретизации 20 кГц, который, в свою очередь, подключен к шине PCI персонального компьютера. Измерение тока, протекающего по фазному проводу АД, производится при помощи трансформатора тока (ТТ) УТТ-5 10, с коэффициентом трансформации 0,1. Ток со вторичной обмотки ТТ подается в блок согласования 11, который состоит из преобразователя тока ZMCT 103С, преобразователя напряжения ZMPT 101В и двух операционных усилителей LM358. Кроме того, на блок согласования 11 подводится фазное напряжение АД. Данный блок выполняет операцию формирования информационных сигналов на выходах операционных усилителей для последующей обработки в АЦП.

Программная часть для сбора данных с измерительных каналов испытательного стенда реализована в среде графического программирования *LabVIEW* (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*), разработанной компанией *National Instruments* [107, 108, 109]. Для анализа и последующей обработки данных используется набор функциональных библиотек. Взаимодействие с оператором осуществляется с помощью интуитивно понятного и сравнительно простого в программировании графического интерфейса с применением языка *G*. С помощью программ-драйверов *LabVIEW* может взаимодействовать с различными платами ввода/вывода аналоговых и цифровых сигналов, а также со специализированными измерительными приборами (осциллографы, анализаторы спектра, генераторы сигналов и т.д.).

Виртуальный прибор состоит из лицевой панели, служащей для визуализации показаний и соответствующей программы в виде блок-диаграммы (рис. 4.4).

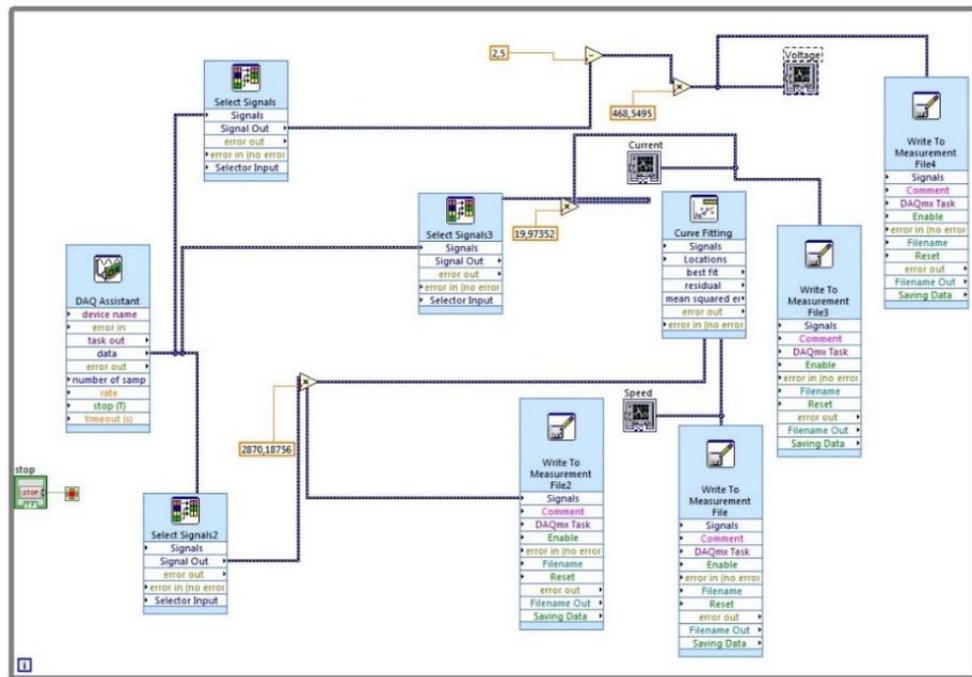


Рис. 4.4. Блок-диаграмма Labview визуализации измерений

Блок-диаграмма содержит в своем составе блок сбора данных, блок распределения, блок первичной обработки, блоки визуализации и блоки архивирования. Для конфигурирования измерительных каналов служит блок «DAQ Assistant», который позволяет индивидуально настраивать частоту опросов измерительных каналов. Блоки «Select Signals» служат для разделения входных сигналов. Учет преобразований сигналов с датчиков и их калибровка производится при помощи блоков суммирования и умножения с выставлением калибровочных коэффициентов. Визуализация измерений производится блоками Score (на рис. 4.5 блоки «Speed», «Voltage», «Current»). Блоками «Write to Measurement File» осуществляется архивирование замеров.

Экспериментальные замеры переходных процессов  $n_{\text{ДПТ.Э1}}(k)$  при пуске двигателя постоянного тока осуществлялись при отсоединенном АД. Результаты эксперимента при пуске вхолостую при номинальных значениях параметров якорной цепи представлены на рис. 4.5 в виде усредненной зависимости.

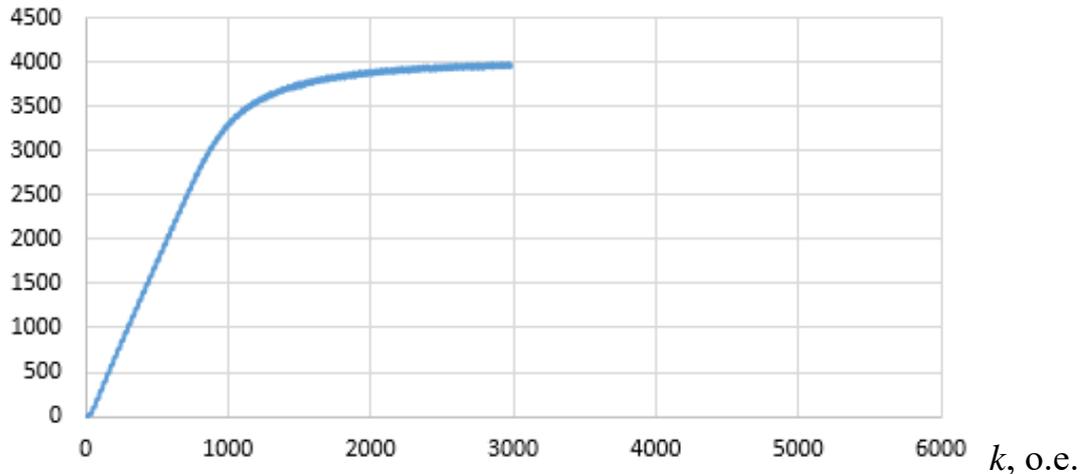
$n_{\text{дпт.э1}}(k), \text{ об/мин}$ 


Рис. 4.5. Усредненная зависимость  $n_{\text{дпт.э1}}(k)$

Полученная зависимость построена в программной среде Excel и позволяет оценить качество переходного процесса. В данном случае процесс является апериодическим. Результаты эксперимента при пуске вхолостую при номинальных значениях параметров якорной цепи были сохранены в ПЗУ персонального компьютера в форме таблицы, содержащей 20000 строк [110]. Следует отметить, что для обработки результатов эксперимента также в среде Excel применена программа, обеспечивающая рациональный выбор количества экспериментальных точек, не влияющий на снижение точности результатов (см. Приложение 3, с. 192).

Экспериментальная зависимость  $n_{\text{дпт.э1}}(t)$ , полученная на основе графика  $n_{\text{дпт.э1}}(k)$  (см. рис. 4.5) путем замены отсчетов  $k$ , (о.е.) на аргумент  $t$ , (с) с коэффициентом пересчета  $3,066 \cdot 10^{-4}$ , характеризуется флуктуациями измеряемой величины. Для их устранения была применена аппроксимация полученных данных методом наименьших квадратов с помощью оператора polyfit языка MatLab.

Зависимость  $n_{\text{дпт.э1}}(t)$  представлена массивами  $t = \{N \times 1 \text{ double}\}$ ,  $v = \{N \times 1 \text{ double}\}$ , где  $N = 2980$ . Задача аппроксимации экспериментальных данных

$$(t_i, v_i)_{i=1,2,\dots,N} \quad (4.11)$$

полиномом степени  $n$

$$p^{(n)}(t) = p_1 t^n + p_2 t^{n-1} + \dots + p_n t + p_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} p_k t^{n-k+1} \quad (4.12)$$

состоит в решении задачи минимизации

$$\min_{p_1, p_2, \dots, p_{n+1}} \sum_{i=1}^N \left( p^{(n)}(t_i) - v_i \right)^2. \quad (4.13)$$

Тогда определение аппроксимирующего полинома сводится к поиску минимума функции

$$F(p_1, p_2, \dots, p_{n+1}) = \sum_{i=1}^N \left( \sum_{k=1}^{n+1} p_k t_i^{n-k+1} - v_i \right)^2 \quad (4.14)$$

по переменным  $p_1, p_2, \dots, p_{n+1}$ .

Функция  $F(p_1, p_2, \dots, p_{n+1})$  является квадратичной с неотрицательными коэффициентами, поэтому ее минимум достигается в точке, в которой выполняются условия

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F(p_1, p_2, \dots, p_{n+1})}{\partial p_1} = 0; \\ \frac{\partial F(p_1, p_2, \dots, p_{n+1})}{\partial p_2} = 0; \\ \dots \\ \frac{\partial F(p_1, p_2, \dots, p_{n+1})}{\partial p_{n+1}} = 0. \end{array} \right. \quad (4.15)$$

Решение данной системы приводит к  $(n+1)$  линейным алгебраическим уравнениям для вычисления коэффициентов  $p_1, p_2, \dots, p_{n+1}$  полинома  $n$ -ой степени:

$$\sum_{k=1}^{n+1} \left( \sum_{i=1}^N t_i^{n-j+1} t_i^{n-k+1} \right) p_k = \sum_{i=1}^N t_i^{n-j+1} v_i, \quad j = 1, 2, \dots, n+1 \quad (4.16)$$

или в матричной форме

$$\mathbf{H} = \mathbf{p}z, \quad (4.17)$$

$$\text{где } \mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_{n+1} \end{bmatrix}; h_{jk} = \sum_{i=1}^N t_i^{n-j+1} t_i^{n-k+1}; z_j = \sum_{i=1}^N t_i^{n-j+1} v_i; j, k = 1, 2, \dots, n+1.$$

Следует отметить, что оператор `polyfit`, в отличие от метода нормальных уравнений, предполагающего решение (4.17), реализует подход, более устойчивый к вычислительным ошибкам [111]. С этой целью формируется прямоугольная матрица  $\mathbf{V}$  из  $N$  строк и  $(n+1)$ -го столбца, элементами которой являются степени  $t_i$ :

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} t_1^n & t_1^{n-1} & \dots & t_1 & 1 \\ t_2^n & t_2^{n-1} & \dots & t_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ t_{N-1}^n & t_{N-1}^{n-1} & \dots & t_{N-1} & 1 \\ t_N^n & t_N^{n-1} & \dots & t_N & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Матрица  $\mathbf{H}$  системы (4.17) связана с матрицей  $\mathbf{V}$  следующим образом:

$$\mathbf{H} = \mathbf{V}^T \mathbf{V}. \quad (4.19)$$

Вектор  $\mathbf{z}$  правой части (4.17) выражается через вектор  $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{N-1} \\ v_N \end{bmatrix}$  как

$$\mathbf{z} = \mathbf{V}^T \mathbf{v}. \quad (4.20)$$

При выполнении функции `polyfit` определяется  $QR$ -разложение матрицы  $\mathbf{V}$  на основе ортогональной матрицы  $\mathbf{Q}$  и верхней треугольной матрицы  $\mathbf{R}$ , таких, что  $\mathbf{V} = \mathbf{QR}$ . Затем система линейных уравнений

$$\mathbf{QRp} = \mathbf{v} \quad (4.21)$$

решается следующим образом: вычисляется  $\mathbf{Q}^T \mathbf{v}$ ; решается система с верхней треугольной матрицей  $\mathbf{Rp} = \mathbf{Q}^T \mathbf{v}$  и находится вектор  $\mathbf{p}$ , содержащий коэффициенты  $p_1, p_2, \dots, p_{n+1}$  искомого аппроксимирующего полинома.

Ошибка аппроксимации  $e = \sum_{i=1}^N \left( p^{(n)}(t_i) - v_i \right)^2$  для найденного полинома

$p^{(n)}(t) = p_1 t^n + p_2 t^{n-1} + \dots + p_n t + p_{n+1}$  вычисляется по формуле

$$e = \|\mathbf{v} - \mathbf{V}\mathbf{p}\|. \quad (4.22)$$

Вычисление аппроксимирующего полинома для экспериментальной зависимости  $n_{\text{ДПТ.Э1}}(t)$  произведено с применением следующей программы:

```
x1=[t]; % значения зависимости  $n_{\text{ДПТ.Э1}}(t)$  по оси абсцисс
y1=[v]; % значения зависимости  $n_{\text{ДПТ.Э1}}(t)$  по оси ординат
p=polyfit(x1,y1,6); % оператор, вычисляющий коэффициенты  $p$  полинома  $n$ -й
% степени для массивов  $t, v$  методом наименьших квадратов
xx1=linspace(x1(1), x1(end), 100); % оператор, формирующий линейный мас-
% сив размера 1 x 100, начальным и конечным элементами которого являются точки
x1(1) и x1(end)
yy1=polyval(p, xx1); % оператор, вычисляющий значения полинома  $p^{(n)}(t)$ 
% на области определения данных между x1(1) и x1(end)
plot(x1,y1,'-',xx1,yy1)
p =
Columns 1 through 3
    78325.2549791148    -287389.565371582    403394.63004533
Columns 4 through 6
   -259979.405235382    63988.1830483225    5610.87331077735
Column 7
    3.95608900692515
```

В результате был определен полином шестого порядка:

$$n_{\text{МНК1}}(t) = 78325,255t^6 - 287389,565t^5 + 403394,63t^4 - \quad (4.23)$$

$$-259979,405t^3 + 63988,183t^2 + 5610,873t + 3,956.$$

В целях уменьшения вычислительных погрешностей полиномиального приближения применена нормализация данных [112, 113], которая состоит в замене  $t_i$  на  $\hat{t}_i$ , вычисляемых по формуле

$$\hat{t}_i = \frac{t_i - \mu}{\sigma}, \quad (4.24)$$

где  $\mu$  – среднее значение;  $\sigma$  – среднеквадратичное отклонение. Данные величины вычисляются по следующим выражениям:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i; \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \mu)^2}. \quad (4.25)$$

Нормализация данных выполняется автоматически с помощью оператора `polyfit` при обращении к нему с тремя выходными аргументами. В третьем аргументе возвращается вектор из двух компонент, первой из которых является среднее значение  $\mu$ , а второй – среднеквадратичное отклонение  $\sigma$ . Этот вектор используется при вычислении коэффициентов аппроксимирующего полинома с помощью оператора `polyval` и указывается в качестве четвертого аргумента. Чтобы пропустить третий входной аргумент оператора `polyval`, используется пустой массив. После нормализации данных получены следующие результаты:

$$\begin{aligned} n_{\text{МНК1}}^{\text{норм}}(t) &= 41,037t^6 - 103,773t^5 - 124,456t^4 + 567,857t^3 - \\ &\quad - 587,983t^2 + 369,776t + 3753,96; \\ \mu &= 0,492; \quad \sigma = 0,284. \end{aligned}$$

Малое значение среднеквадратичного отклонения  $\sigma = 0,284$  говорит о том, что найденное решение можно считать хорошо обусловленным.

Графики зависимостей, полученных экспериментальным путем  $n_{\text{ДПТ.Э1}}(t)$  и с помощью аппроксимации методом наименьших квадратов  $n_{\text{МНК1}}(t)$ , приведены на рис. 4.6.

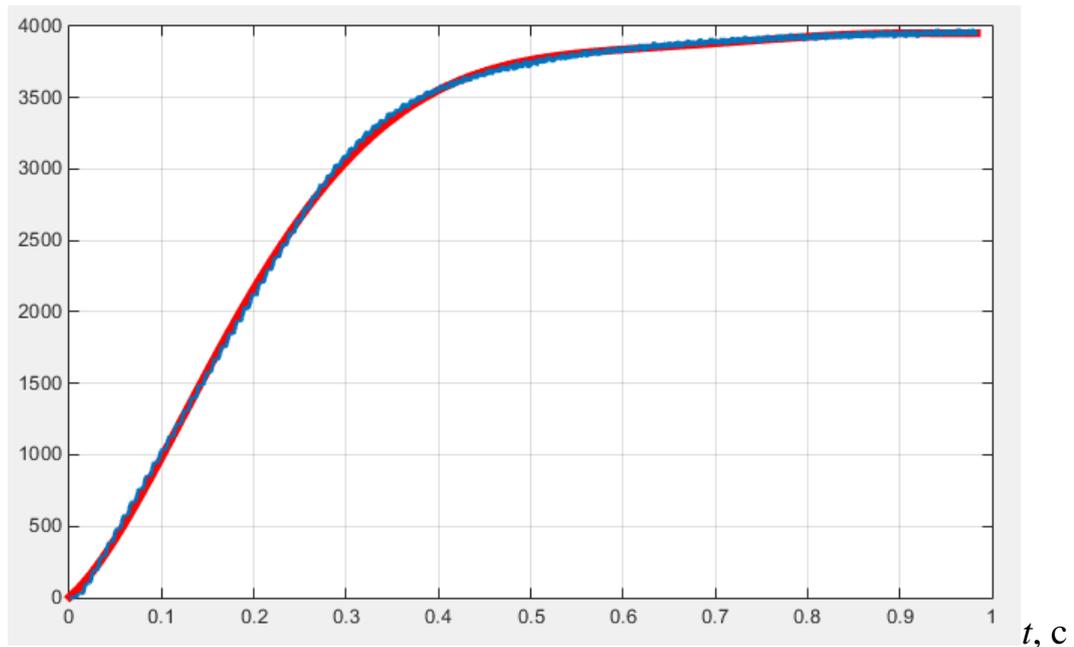
$n_{\text{ДПТ.э1}}(t), n_{\text{МНК1}}(t), \text{об/мин}$ 


Рис. 4.6. Графики экспериментальной зависимости  $n_{\text{ДПТ.э1}}(t)$  (синий) и зависимости  $n_{\text{МНК1}}(t)$  (красный), полученной при аппроксимации методом наименьших квадратов

Из рисунка видно, что аппроксимирующая кривая  $n_{\text{МНК1}}(t)$  с высокой точностью повторяет экспериментальную кривую, что подтверждает достоверность полученных результатов. Дополнительные исследования, направленные на уменьшение порядка полинома, показали, что полиномы меньших порядков не дают требуемого приближения.

Отметим, что в переходном режиме (см. рис. 4.6) имеют место несовпадения экспериментальной кривой  $n_{\text{ДПТ.э1}}(t)$  и кривой  $n_{\text{МНК1}}(t)$ , полученной методом наименьших квадратов, что подтверждает наличие динамической погрешности. Оценку динамической погрешности произведем на основе вычисления невязки (разности)  $\varepsilon$  между показанными на рис. 4.6 кривыми с применением обобщённого интегрального критерия [56, 114, 115, 116]

$$Q(\varepsilon) = \int_0^{\tau} [n_{\text{ДПТ.э1}}(t) - n_{\text{МНК1}}(t)] dt, \quad (4.26)$$

где  $\tau = 0,92$  с – время эксперимента.

Вычисление критерия  $Q(\varepsilon)$  осуществляется при помощи Simulink-модели, представленной на рис. 4.7.

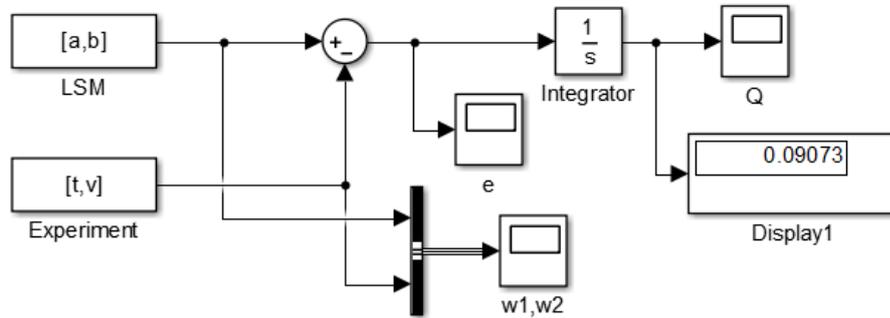
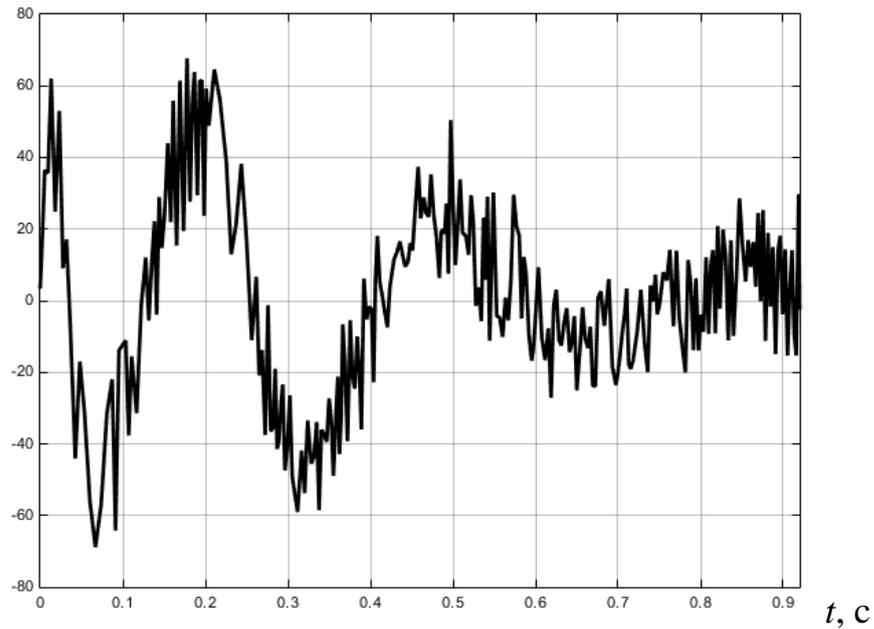


Рис. 4.7. Simulink-модель для оценки точности аппроксимации

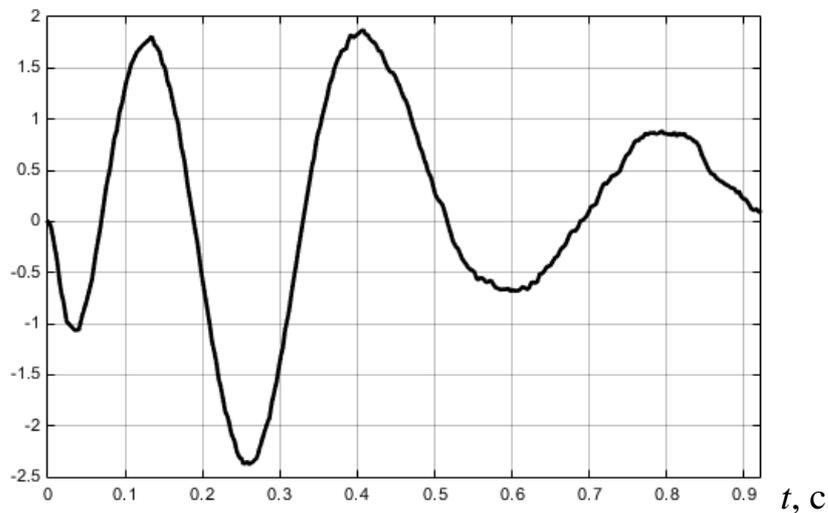
Экспериментальные данные размещены в рабочей области Workspace, содержащей временной массив  $t$  и массив выходной координаты  $v$  в блоке Experiment. Блок LSM содержит массивы данных  $a = \{N \times 1 \text{ double}\}$ ,  $b = \{N \times 1 \text{ double}\}$ , полученные в результате расчета методом наименьших квадратов. На выходе сумматора формируется сигнал невязки  $\varepsilon$ . На выходе блока Integrator формируется линейный интегральный критерий  $Q(\varepsilon)$ , числовое значение которого фиксируется блоком Display1 по окончании переходного процесса. Переходные процессы на выходах блоков LSM и Experiment фиксируются в виде выходных координат  $w1 = n_{\text{МНК1}}(t)$  и  $w2 = n_{\text{ДПТ.э1}}(t)$ .

На рис. 4.8 представлен график невязки  $\varepsilon$ .

$\varepsilon(t)$ , об/мин

 Рис. 4.8. График невязки  $\varepsilon(t)$ 

Анализ графика показывает, что процесс характеризуется флуктуациями, что очевидно, поскольку подобными флуктуациями сопровождается зависимость, полученная экспериментально. Переходный процесс длится 0,92 с и усредненное установившееся значение приближается к оси абсцисс.

На рис. 4.9 представлен график зависимости  $Q(\varepsilon)$ , который характеризует динамическую точность процесса аппроксимации.

 $Q(\varepsilon)$ , рад

 Рис. 4.9. График обобщенного интегрального критерия  $Q(\varepsilon)$

Переходный процесс характеризуется максимальным отклонением 1,75 рад и постепенным затуханием до 0,09 рад ко времени окончания эксперимента, что подтверждает малую погрешность аппроксимации. В данном случае знак  $Q(\varepsilon)$  не имеет принципиального значения. В этой связи для оценки погрешности аппроксимации целесообразно использовать хорошо зарекомендовавший себя для решения практических задач критерий минимума интеграла от квадрата невязки  $Q^2(\varepsilon)$ , график которого показан на рис. 4.10.

$Q^2(\varepsilon)$ , рад<sup>2</sup>

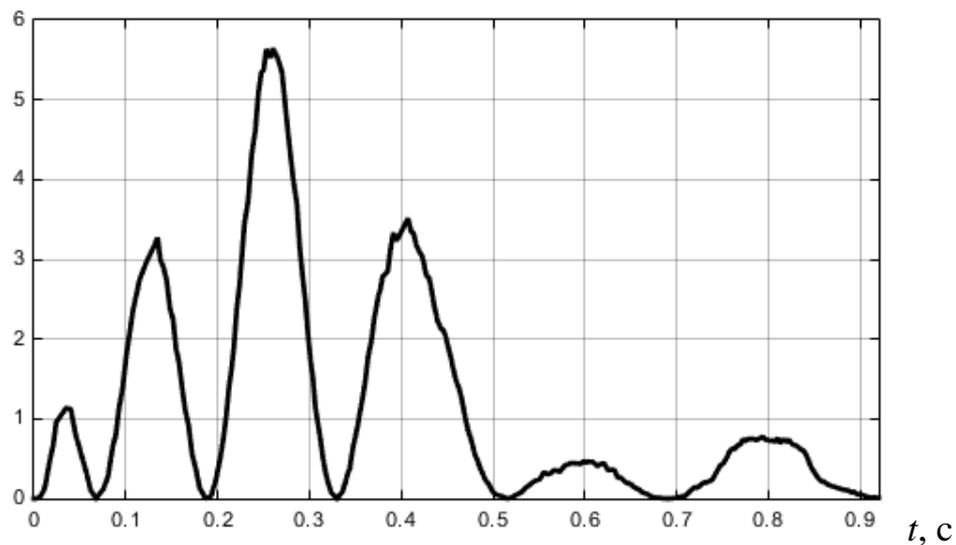


Рис. 4.10. График интеграла от квадрата невязки  $Q^2(\varepsilon)$

Установившееся значение приведенного на рис. 4.10 критерия приближается к нулю и составляет  $Q_{\varepsilon, \text{уст}}^2 = 0,008 \text{ рад}^2$ , что подтверждает требуемую точность проведенной экспериментально-аналитической идентификации модели электромеханического преобразователя постоянного тока.

Следует отметить, что математическая модель ЭМП, полученная с помощью метода наименьших квадратов, несмотря на высокую точность аппроксимации, не содержит в явном виде параметров объекта исследования. В этой связи для математического описания исследуемой машины целесообразно применить выражение (4.10)

Полученному в результате эксперимента переходному процессу (см. рис. 4.5) соответствует математическая модель ДПТНВ второго порядка (4.10) с преобразователем в виде апериодического звена первого порядка

$$W_{\Pi 1}(s) = \frac{K_{\Pi 1}}{T_{\Pi 1}s + 1} \quad (4.27)$$

и следующими значениями ее параметров: коэффициентом передачи –  $K_{\Pi 1} = 22$ ; постоянной времени  $T_{\Pi 1} = 0,00183$  с .

Графики переходных процессов  $n_{\text{дпт.э1}}(t)$ , полученного экспериментально и  $n_{\text{дпт.м1}}(t)$ , полученного при моделировании в среде MatLab с использованием Simulink-модели объекта исследования, представлены на рис. 4.11.

$n_{\text{дпт.э1}}(t), n_{\text{дпт.м1}}(t), \text{об/мин}$

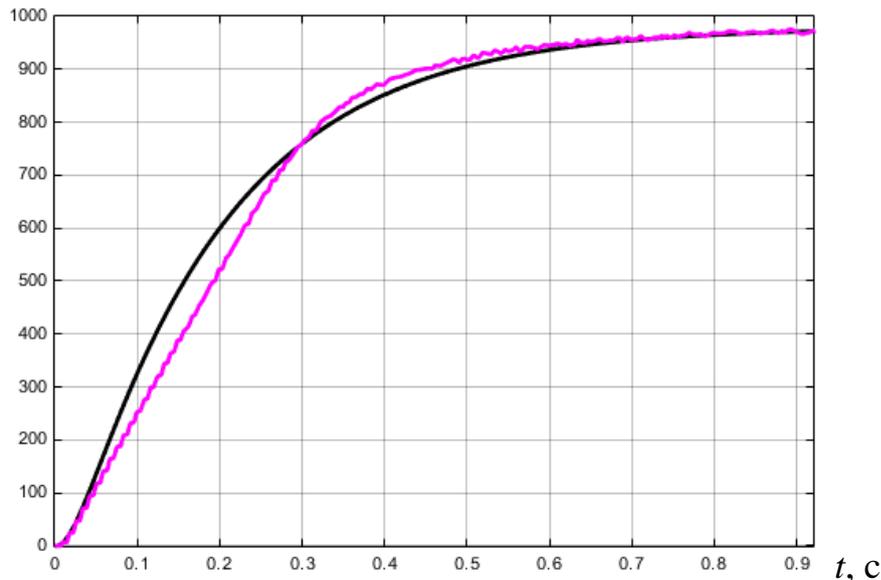


Рис. 4.11. Графики переходных процессов  $n_{\text{дпт.э1}}(t)$  (сиреневый) и  $n_{\text{дпт.м1}}(t)$  (черный)

Как видно из рис. 4.11, переходные процессы продолжаются в течение 0,92 с, что соответствует времени эксперимента. По окончании эксперимента значения угловых скоростей  $n_{\text{дпт.э1}}^{\text{уст}}(t) = 972,6$  об/мин,  $n_{\text{дпт.м1}}^{\text{уст}}(t) = 971,7$  об/мин, при этом относительная погрешность в установившемся режиме не превышает 0,1%.

В переходном режиме на временных интервалах  $0,1 \dots 0,3$  с и  $0,3 \dots 0,6$  с на рис. 4.11 имеют место несовпадения экспериментальной кривой и кривой, полученной, с использованием Simulink-модели, что говорит о наличии динамической погрешности, величина которой, как следует из рис. 4.12, для случая с операторной формой математического описания ЭМП постоянного тока вида (4.10), принимает большие значения по сравнению с применением метода наименьших квадратов.

На рис. 4.13 показаны графики невязки между кривой, полученной на выходе Simulink-модели и экспериментальной кривой, а также кривой, полученной на основе аппроксимации методом наименьших квадратов.

Полученные графики являются основанием для оценки динамической точности экспериментально-аналитических исследований предварительно-экспериментального этапа. На этой основе построены зависимости  $Q(\varepsilon_M)$ ,  $Q(\varepsilon_{МНК})$  (рис. 4.14), которые подтверждают совпадение аналитических расчетов с результатами эксперимента с малой погрешностью.

$n_{дпт.э1}(t)$ ,  $n_{дпт.м1}(t)$ ,  $n_{мнк1}(t)$ , об/мин

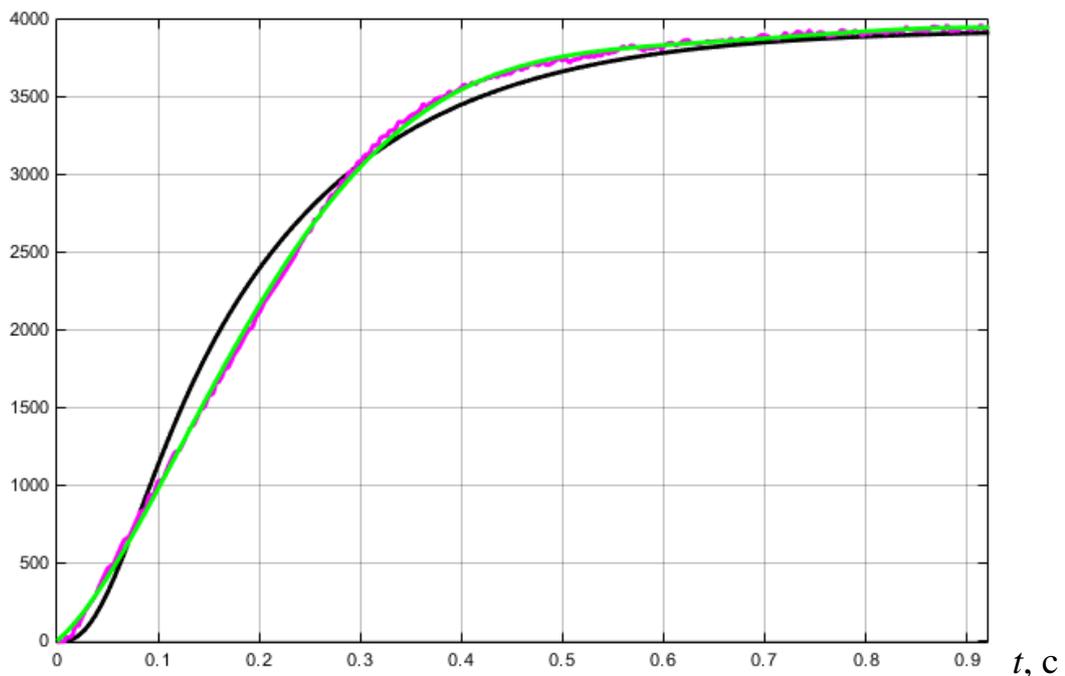


Рис. 4.12. Графики переходных процессов  $n_{дпт.э1}(t)$  (сиреневый),  $n_{дпт.м1}(t)$  (черный),  $n_{мнк1}(t)$  (зеленый)

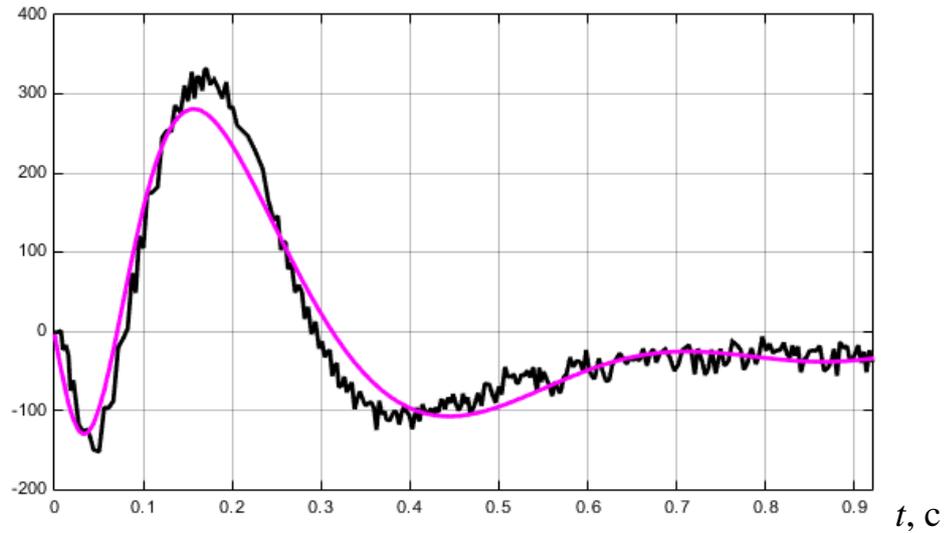
$\varepsilon_M(t), \varepsilon_{MНК}(t), \text{об/мин}$ 


Рис. 4.13. Графики невязки между кривой, полученной на выходе Simulink-модели и экспериментальной кривой  $\varepsilon_M(t)$  (черный), и кривой, полученной на основе аппроксимации  $\varepsilon_{MНК}(t)$  (сиреневый)

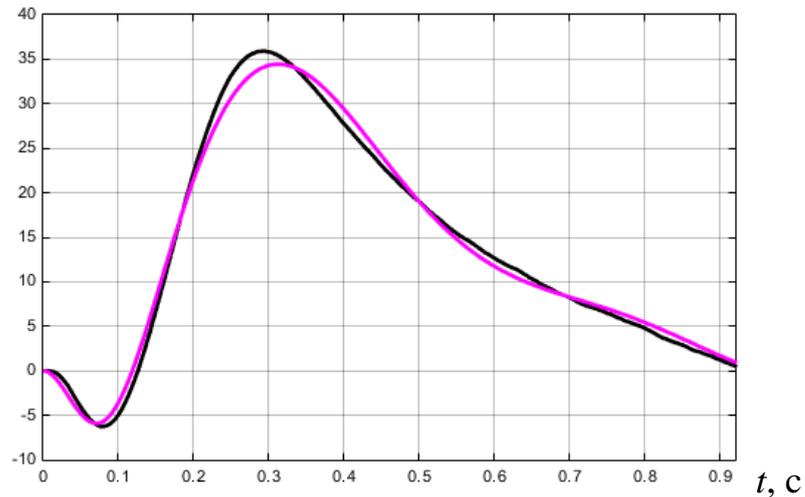
 $Q(\varepsilon_M), Q(\varepsilon_{MНК}), \text{рад}$ 


Рис. 4.14. Графики линейного интегрального критерия  $Q(\varepsilon_M)$  (сиреневый) и  $Q(\varepsilon_{MНК})$  (черный)

Необходимо отметить, что по окончании переходного процесса установившиеся значения зависимостей  $Q(\varepsilon_M)$ ,  $Q(\varepsilon_{MНК})$  составляют 0,91 рад и 0,56

рад соответственно, что свидетельствует о достаточной степени соответствия полученной модели ДПТНВ эксперименту в обоих случаях. Несмотря на большую точность метода наименьших квадратов, определенными преимуществами обладает описание ЭМП постоянного тока с применением операторных уравнений в силу сравнительной простоты и того факта, что коэффициентами уравнений ЭМП являются параметры машины.

#### 4.2.2. Исследование двигателя постоянного тока типа PIVT-6-25/3A с применением платформы Arduino Nano и сравнение двух экспериментальных установок

На рис. 4.15 показана функциональная схема экспериментальной установки для исследования серводвигателя постоянного тока типа PIVT-6-25/3A с возбуждением от постоянных магнитов и встроенным тахогенератором с крутизной выходного напряжения 3 мВ·мин. Двигатель получает питание от однофазного двухполупериодного мостового стабилизированного выпрямителя типа ВСА-5К.

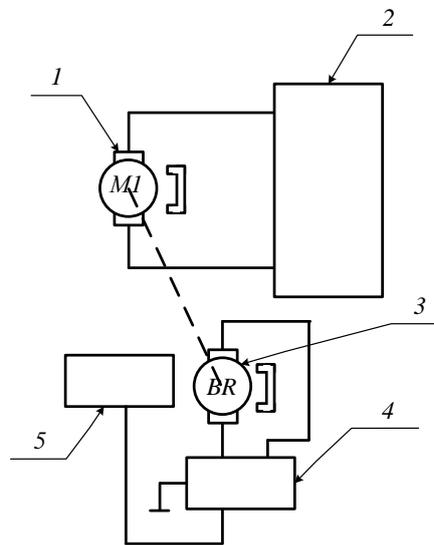


Рис. 4.15. Функциональная схема экспериментальной установки для исследования электрических машин с обработкой информации с помощью платформы Arduino Nano: 1 – двигатель постоянного тока; 2 – станция управления ДПТ; 3 – тахогенератор; 4 – микроконтроллер; 5 – персональный компьютер

Обработка результатов измерения осуществляется с помощью платформы Arduino Nano на микроконтроллере ATmega328, поддерживающим последовательный интерфейс UART TTL (5 В). Установленная на платформе микросхема FTDI FT232RL передает данный интерфейс через USB, а драйверы микросхемы предоставляют виртуальный COM-порт программе на персональном компьютере.

Вторая экспериментальная установка (рис. 4.15) для исследования динамических процессов ДПТНВ имеет более компактную техническую реализацию. Отличительной особенностью установки является наличие микроконтроллера, в котором реализована рабочая программа обработки и регистрации информации о переходных процессах выходных координат электромеханического преобразователя.

Результаты экспериментального исследования процесса пуска двигателя постоянного тока типа PIVT-6-25/3A регистрируются микроконтроллером ATmega328 с последующей обработкой на персональном компьютере в среде Excel. Таблица с полученными экспериментальными данными содержит 103 строки при эксперименте на том же временном интервале 0,92 с.

Полученный переходный процесс, также, как и графики на рис. 4.12, имеет апериодический характер и может быть описан математической моделью ДПТНВ второго порядка вида (4.10) с соответствующими значениями параметров (см. формулы (4.6) – (4.9)). Метод наименьших квадратов в данном эксперименте не применяется. Преобразователь описывается моделью вида

$$W_{\Pi 2}(s) = \frac{K_{\Pi 2}}{T_{\Pi 2}s + 1}, \quad (4.28)$$

где коэффициент передачи –  $K_{\Pi 2} = 7$ ; постоянной времени  $T_{\Pi 2} = 0,005$  с.

Графики экспериментального переходного процесса  $n_{\text{дпт.э2}}(t)$  и переходного процесса Simulink-модели  $n_{\text{дпт.м2}}(t)$  представлены на рис. 4.16.

$n_{\text{ДПТ.Э2}}(t), n_{\text{ДПТ.М2}}(t), \text{об/мин}$

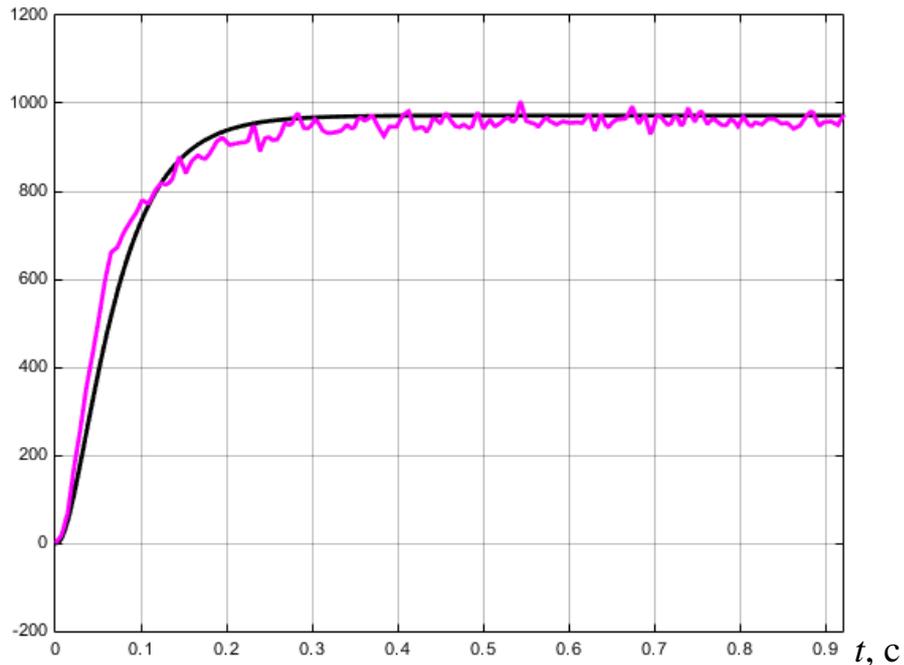


Рис. 4.16. Графики переходных процессов  $n_{\text{ДПТ.Э2}}(t)$  (сиреневый) и  $n_{\text{ДПТ.М2}}(t)$  (черный)

Анализ графиков на рис. 4.16 показывает, что установившиеся значения угловых скоростей составляют  $n_{\text{ДПТ.Э2}}^{\text{уст}}(t) = 969,5$  об/мин,  $n_{\text{ДПТ.М2}}^{\text{уст}}(t) = 972,2$  об/мин соответственно. При этом относительная погрешность в установившемся режиме не превышает 0,2%.

Экспериментальная зависимость  $n_{\text{ДПТ.Э2}}(t)$ , как и график  $n_{\text{ДПТ.Э1}}(t)$ , характеризуются флуктуациями измеряемой величины, вызванными электромагнитными процессами в тахогенераторе и погрешностями аналого-цифрового преобразования. Подобные отклонения между экспериментальным и модельным графиками на рис. 4.16 находятся на временном интервале 0,01...0,12 с. Оценку динамической погрешности произведем на основе вычисления невязки  $\varepsilon$  между кривыми  $n_{\text{ДПТ.Эi}}(t)$  и  $n_{\text{ДПТ.Ми}}(t)$  с применением обобщённого интегрального критерия

$$Q(\varepsilon_i) = \int_0^{\infty} [n_{\text{ДПТ.Эi}}(t) - n_{\text{ДПТ.Ми}}(t)] dt. \quad (4.29)$$

На рис. 4.17 показаны графики невязки между кривыми, полученными на выходе Simulink-моделей и экспериментальными кривыми для двух экспериментов.

$\varepsilon_1(t)$ ,  $\varepsilon_2(t)$ , об/мин

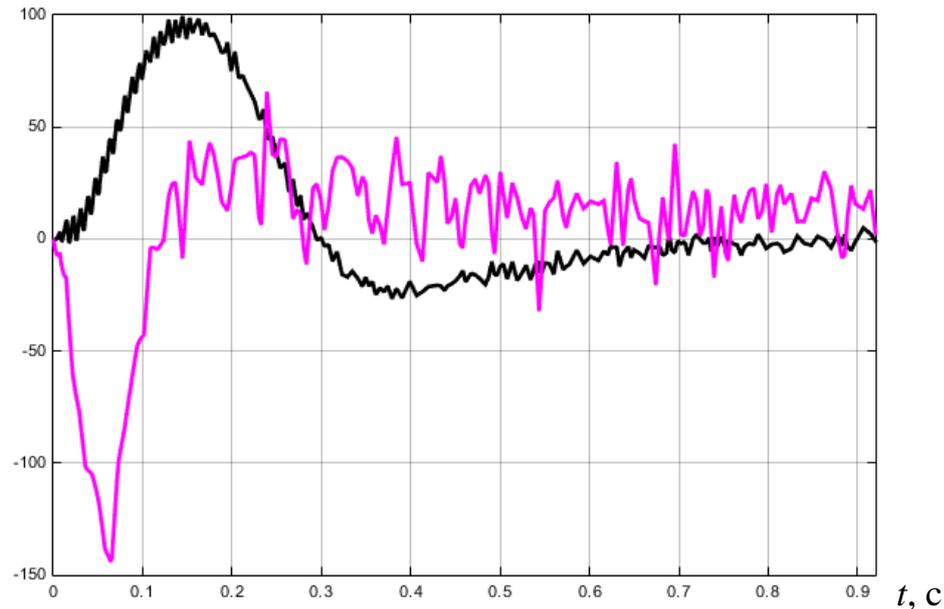


Рис. 4.17. Графики невязки для двигателя 4ПБ112М2ГУХЛ4  $\varepsilon_1(t)$  (черный) и двигателя РИУТ-6-25/3А  $\varepsilon_2(t)$  (сиреневый)

Так, невязка  $\varepsilon_1(t)$  характеризуется максимальным отклонением около 100 об/мин на 0,15 секунде, что соответствует наибольшей разнице между экспериментальным и модельным переходными процессами пуска ДПТНВ типа 4ПБ112М2ГУХЛ4. При этом максимальная амплитуда флуктуаций составляет 10 об/мин. По мере завершения переходного процесса величина невязки устанавливается около нулевого значения. График невязки  $\varepsilon_2(t)$  ДПТНВ типа РИУТ-6-25/3А достигает экстремума  $-145$  об/мин на 0,065 секунде, и затем колеблется около нулевого значения с максимальной амплитудой флуктуаций около 60 об/мин.

Из сравнения зависимостей  $\varepsilon_1(t)$  и  $\varepsilon_2(t)$  видно, что невязка  $\varepsilon_1(t)$ , полученная при проведении эксперимента по схеме на рис. 4.3, отличается как меньшей амплитудой флуктуаций, так и меньшим максимальным отклонением, что, при прочих

равных условиях, говорит о большей точности экспериментальных данных и, соответственно, большей точности при реализации метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей, основанного на вычислении обобщённого интегрального критерия. В этой связи графики  $Q(\varepsilon_i) = f(t)$  позволяют не только оценить динамическую погрешность аппроксимации переходных процессов операторными моделями, но и сделать заключение о целесообразности применения одной из экспериментальных установок для реализации метода контроля функционирования электромеханических преобразователей. Зависимости обобщённого интегрального критерия  $Q(\varepsilon_1)$ ,  $Q(\varepsilon_2)$  от времени показаны на рис. 4.18.

$Q(\varepsilon_1), Q(\varepsilon_2)$ , рад

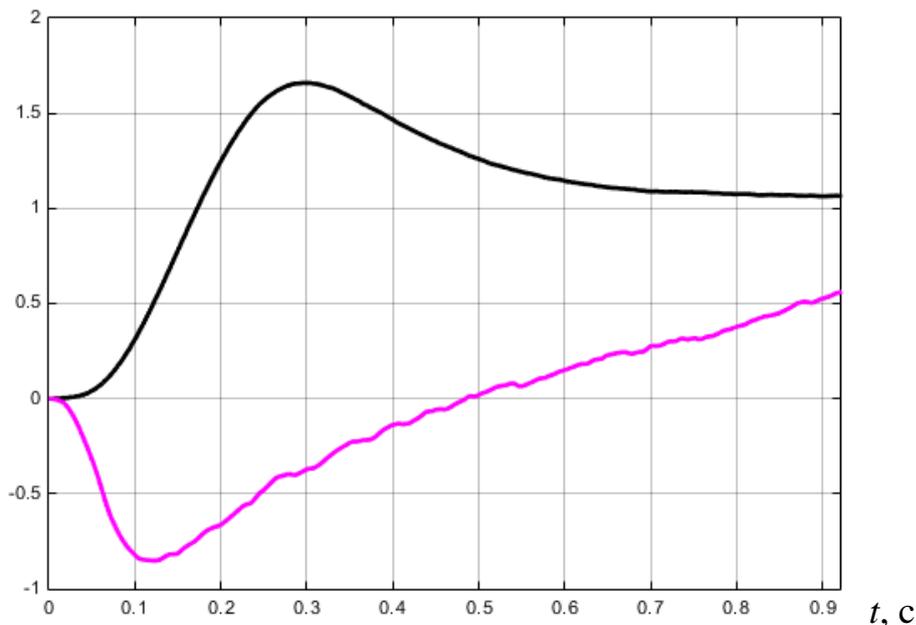


Рис. 4.18. Временные зависимости линейного интегрального критерия для двигателя 4ПБ112М2ГУХЛ4  $Q(\varepsilon_1)$  (черный) и двигателя РИУТ-6-25/3А  $\varepsilon_2(t)$  (сиреневый)

Из приведенных зависимостей следует, что по окончании переходного процесса установившиеся значения линейного интегрального критерия  $Q(\varepsilon_1)$ ,  $Q(\varepsilon_2)$  составляют 1,07 рад и 0,56 рад соответственно, что свидетельствует о меньшей динамической погрешности второго эксперимента. Таким образом, по соотношению

компактности и простоты аппаратного обеспечения, а также точностных характеристик для реализации метода многопараметрического анализа и контроля ЭМП постоянного тока целесообразно использовать экспериментальную установку, изображенную в виде функциональной схемы на рис. 4.15. Далее в обозначениях индекс «2» также будет соответствовать данной экспериментальной установке.

В целях снижения флуктуаций полезного сигнала (см. рис. 4.17) применена фильтрация шумов, обеспечивающая повышение качества процесса регистрации выходных координат ЭМП и уменьшение уровня ошибок в измерительном канале [117, 118]. Операторное уравнение сглаживающего фильтра, синтезированного по критерию минимума интеграла невязки представлено выражением

$$W_f(s) = \frac{a_1s + a_0}{c_2s^2 + c_1s + c_0} = \frac{0,06s + 1}{0,0005s^2 + 0,06s + 1}. \quad (4.30)$$

Применение в экспериментальной установке на рис. 4.15 микроконтроллера позволяет реализовать полученный алгоритм фильтрации в цифровой форме. Дискретная аппроксимация фильтра (4.30) произведена с помощью билинейного преобразования [115, 119, 120] и при частоте дискретизации 622 Гц получим

$$W_f(z) = \frac{b_2z^2 + b_1z + b_0}{d_2z^2 + d_1z + d_0} = \frac{0,057z^2 + 0,0009z - 0,0561}{z^2 - 1,8849z + 0,8868}. \quad (4.31)$$

Выражению (4.31) соответствует схема непосредственного программирования, показанная на рис. 4.19.

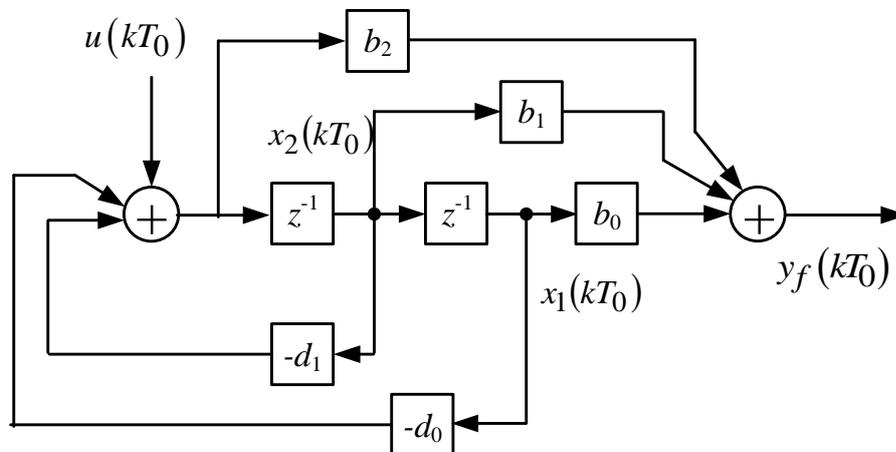


Рис. 4.19. Схема непосредственного программирования цифрового сглаживающего фильтра

На основе схемы на рис. 4.19 получены разностные уравнения цифрового фильтра в форме Коши

$$\begin{aligned}x_1[(k+1)T_0] &= x_2(kT_0); \\x_2[(k+1)T_0] &= -d_0x_1(kT_0) - d_1x_2(kT_0) + u(kT_0); \\y_f(kT_0) &= (b_0 - d_0b_2)x_1(kT_0) + (b_1 - d_1b_2)x_2(kT_0) + b_2u(kT_0),\end{aligned}\quad (4.32)$$

по которым составлена рабочая программа, реализующая алгоритмы обработки регистрируемой выходной координаты исследуемого ЭМП и фильтрации полученного сигнала.

Платформа Arduino Nano программируется с помощью соответствующего ПО Arduino без использования внешних программаторов за счет загрузчика Nano w/Atmega328 [121, 122]. Экспериментальные данные с тахогенератора обрабатываются 10-разрядным АЦП, встроенным в микроконтроллер, а результаты преобразования рассчитываются оператором *map* и формируют переменную, соответствующую скорости вращения ДПТ. Программа позволяет сохранить информацию о выходной координате ДПТ без учета фильтрации, а также отфильтрованные данные, которые передаются в персональный компьютер по протоколу связи UART с помощью команд *Serial.print* ( $\cdot$ ), формируя массив значений времени и неотфильтрованного и отфильтрованного значений скорости на интервале эксперимента. Результаты моделирования, характеризующие влияние синтезированного сглаживающего фильтра на переходный процесс выходной координаты ЭМП типа PIVT-6-25/3A показаны на рис. 4.20.

$n_{\text{дпт.э2}}(t)$ ,  $n_{\text{дпт.ф2}}(t)$ ,  $n_{\text{дпт.ц.ф2}}(t)$ , об/мин

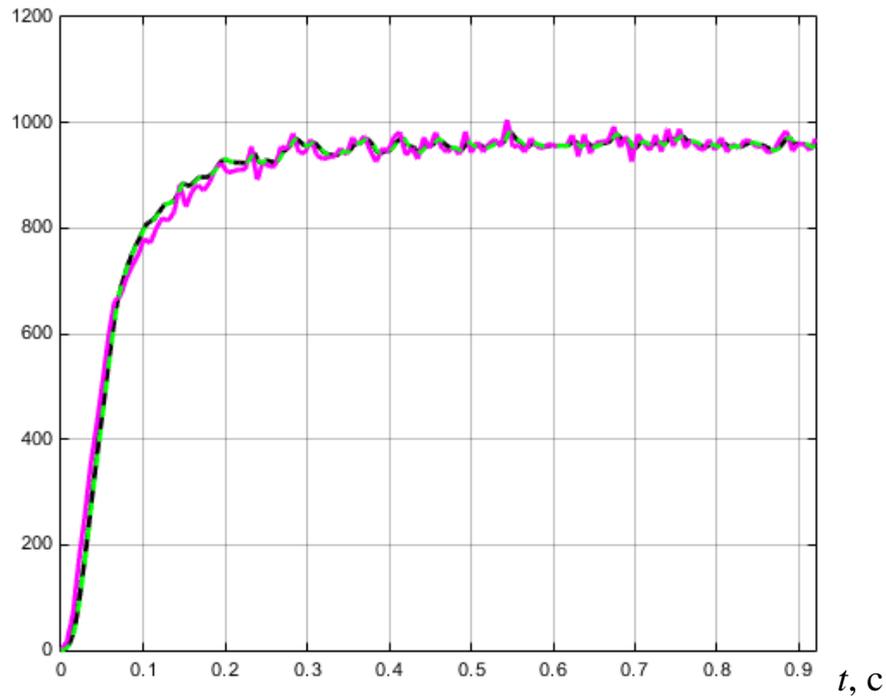


Рис. 4.20. Графики переходных процессов  $n_{\text{дпт.э2}}(t)$  (сиреневый),  $n_{\text{дпт.ф2}}(t)$  (черный),  $n_{\text{дпт.ц.ф2}}(t)$  (зелёный)

Из полученных графиков (рис. 4.20) видно, что флуктуации скорости вращения ЭМП с учетом сглаживающих фильтров вида (4.30) и (4.31) находятся в допустимых пределах (не более 5%). Кроме того, погрешности дискретной аппроксимации аналоговой модели пренебрежимо малы.

Экспериментальное исследование переходного процесса пуска двигателя РИУТ-6-25/3А отражено на рис. 4.21, 4.22.

$n_{\text{дпт.э.ф2}}(t), n_{\text{дпт.э2}}(t), \text{об/мин}$

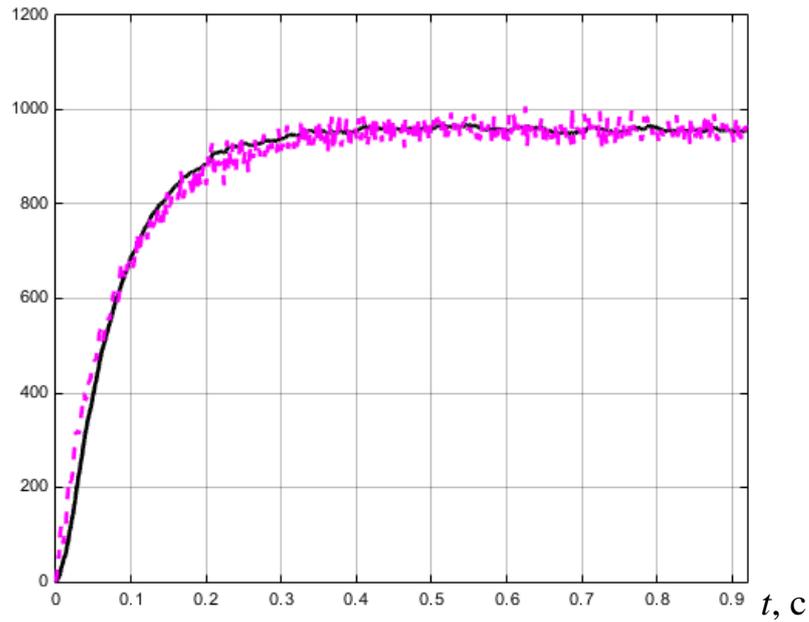


Рис. 4.21. Графики переходных процессов  $n_{\text{дпт.э.ф2}}(t)$  с фильтром (черный),  
 $n_{\text{дпт.э2}}(t)$  (сиреневый)

$\varepsilon_{2\text{ф}}(t), \varepsilon_2(t), \text{об/мин}$

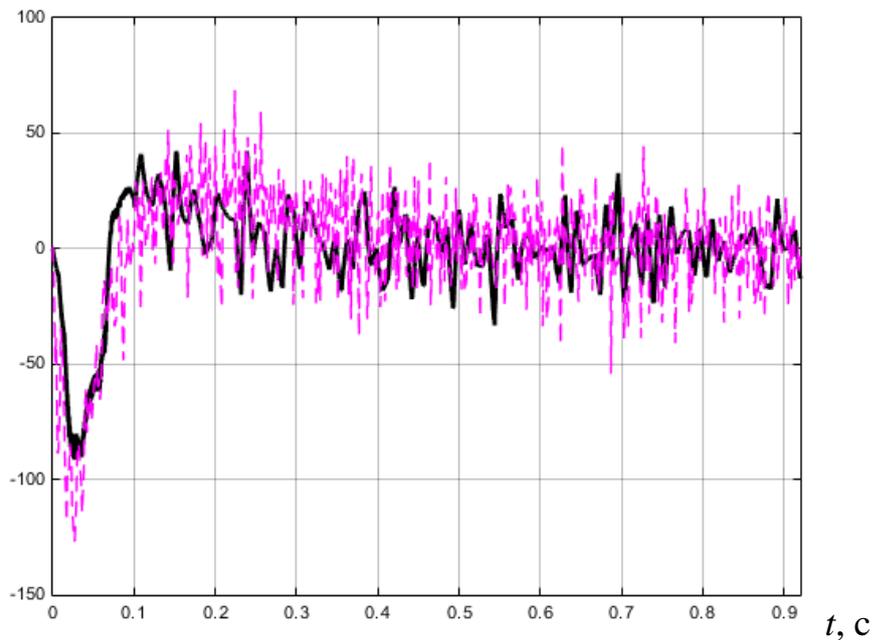


Рис. 4.22. Графики невязки для двигателя Р1VТ-6-25/3А со сглаживающим филь-  
тром  $\varepsilon_1(t)$  (черный) и без фильтра  $\varepsilon_2(t)$  (сиреневый)

Следует отметить, что с целью повышения информативности эксперимент

проводился с большей частотой дискретизации (622 Гц) по сравнению с результатами, представленными на рис. 4.16, 4.17 (частота дискретизации 103 Гц) и, соответственно, с большим количеством точек регистрируемой выходной координаты, как показано на рис. 4.21.

На рис. 4.22 изображены графики невязки, показывающие влияние сглаживающего цифрового фильтра на уменьшение флуктуаций регистрируемой координаты ЭМП, что проявляется в уменьшении высокочастотной составляющей шумов (около 4 кГц), а также снижении амплитуды выбросов практически в два раза.

Для подтверждения правильности проведенных расчетов также была получена временная зависимость линейного интегрального критерия, показанная на рис. 4.23.

$Q(\varepsilon_{2M})$ , рад

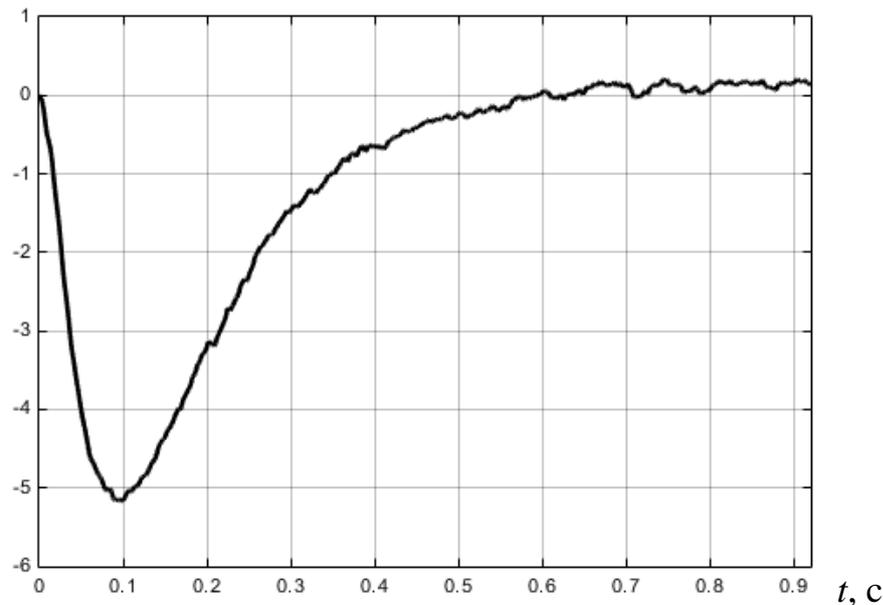


Рис. 4.23. Временная зависимость линейного интегрального критерия для двигателя РИВТ-6-25/3А

Из приведенного графика следует, что отклонение полученной кривой достигает максимального значения около 5 рад на 0,1 с, а к окончанию переходного процесса не превышает 0,13 рад, что подтверждает правильность аналитических расчетов.

Проведенные исследования с двигателями постоянного тока типа 4ПБ112М2ГУХЛ4 и PIVT-6-25/3A на соответствующих экспериментальных установках (рис. 4.3 и рис. 4.15), показали преимущества второй установки, которая является более компактной и экономически оправданной с точки зрения аппаратного обеспечения, а программное обеспечение микроконтроллера Arduino Nano не требует специальной лицензии и отличается относительной простотой. Первая установка, благодаря применению сложного аппаратно-программного обеспечения, обеспечивает высокую точность процесса исследования, что выражается в сравнительно низком уровне шумов и флуктуаций регистрируемой координаты ЭМП. Первоначальные исследования второй установки показали, что величина обобщённого интегрального критерия, необходимая для реализации метода многопараметрического анализа и контроля функционирования ЭМП постоянного тока, сглаживается инерционностями элементов экспериментальной установки. Тем не менее, в целях снижения погрешности результатов исследования был применен цифровой фильтр, синтезированный по критерию минимума интеграла невязки, что обеспечило заданную пятипроцентную ошибку, вызванную влиянием шумов. Таким образом, применение сравнительно простого микроконтроллера Arduino Nano, выполняющего функции аналого-цифрового преобразования, регистрации и фильтрации измерительной информации позволяет использовать разработанную экспериментальную установку для анализа и контроля функционирования электро-механических преобразователей постоянного тока с нестабильными параметрами на этапах проектирования и в процессе эксплуатации.

#### 4.3. Анализ нестабильных параметров и контроль функционирования двигателя постоянного тока типа PIVT-6-25/3A с применением $Q$ -таблиц и $\chi$ -зависимостей

##### 4.3.1. Дискретное представление метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электро-механических преобразователей постоянного

тока

Математическое описание эталонной модели и моделей чувствительности ЭМП постоянного тока в общем виде выражается системой разностных уравнений в переменных состояния:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k); \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k), \end{aligned} \quad (4.33)$$

где  $\mathbf{A}(k)$ ,  $\mathbf{B}(k)$ ,  $\mathbf{C}(k)$  – матрица состояния размерностью  $n \times n$ , матрица входа размерностью  $n \times m$  и матрица выхода размерностью  $l \times n$  соответственно;  $\mathbf{y} = \text{col}(y_1, y_2, \dots, y_l) \in \mathbf{R}^l$ ;  $\mathbf{x} = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$ ;  $\mathbf{u} = \text{col}(u_1, u_2, \dots, u_m) \in \mathbf{R}^m$  – векторы выходных координат, переменных состояния и входных воздействий соответственно [123].

Реализация цифрового алгоритма контроля функционирования ЭМП постоянного тока, описанного линейной непрерывной моделью в операторной форме (4.10), осуществляется путем замены оператора Лапласа  $s$  дискретным оператором  $z$  с получением дробно-рационального выражения

$$W(z) = \frac{\sum_{k=0}^m a_k z^k}{\sum_{k=0}^n b_k z^k} = \frac{a_m z^m + a_{m-1} z^{m-1} + \dots + a_1 z + a_0}{z^n + b_{n-1} z^{n-1} + \dots + b_1 z + b_0}. \quad (4.34)$$

Входное воздействие  $u(t)$  при замене непрерывной модели её цифровым эквивалентом преобразуется в последовательность импульсов, следующих с периодом  $T_0$ , соответствующего шагу дискретизации, и промодулированных по амплитуде сигналом  $u(t)$ . Для дискретной аппроксимации эталонной модели и моделей чувствительности ЭМП применен метод Тастина, не требующий определения корней исходной непрерывной модели.

Входное воздействие  $u(t)$ , поступающее на интегрирующее звено первого порядка, преобразуется в сигнал

$$v(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau, \quad (4.35)$$

значения которого в дискретные моменты времени равны

$$v[k] = \int_0^{kT_0} u(\tau) d\tau = \int_0^{(k-1)T_0} u(\tau) d\tau + \int_{(k-1)T_0}^{kT_0} u(\tau) d\tau = v[k-1] + I_1[k]. \quad (4.36)$$

Второе слагаемое в выражении (4.36) определим по формуле трапеций:

$$I_1[k] = \int_{(k-1)T_0}^{kT_0} u(\tau) d\tau = \frac{T_0}{2} (u[k] + u[k-1]). \quad (4.37)$$

В результате для определения последовательности  $v[k]$  получим рекуррентное соотношение

$$v[k] = \frac{T_0}{2} (u[k] + u[k-1]) + v[k-1], \quad (4.38)$$

которому соответствует дискретная модель интегратора

$$W(z) = \frac{T_0}{2} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}}. \quad (4.39)$$

Для последовательно соединенных  $i$  интегрирующих звеньев дискретная модель  $i$ -го порядка

$$W^{(i)}(z) = \left[ \frac{T_0}{2} \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right]^i. \quad (4.40)$$

Необходимо отметить, что дискретная аппроксимация методом Тастина является приближенной заменой непрерывной модели, поскольку

$$z = e^{sT_0}, \text{ откуда } s = \frac{1}{T_0} \ln(z), \quad (4.41)$$

т.е. переменные  $s$  и  $z$  связаны трансцендентными соотношениями. Поэтому для получения передаточной функции цифровой модели в виде дробно-рационального выражения (4.34) следует ограничиться первым членом разложения функции

$$\ln(z) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k-1} \left( \frac{z-1}{z+1} \right)^{2k-1}. \quad (4.42)$$

В итоге с учетом (4.41) получим следующее приближение для оператора Лапласа:

$$s \approx \frac{2}{T_0} \frac{z-1}{z+1} \quad (4.43)$$

или, для интегрирующего звена первого порядка

$$s^{-1} \approx \frac{T_0}{2} \frac{z+1}{z-1}. \quad (4.44)$$

Для увеличения точности дискретной аппроксимации необходимо применять методы, использующие информацию о полюсах непрерывной модели, например, такие как  $z$ -преобразование (4.41), метод Цыпкина-Гольденберга, метод Рагазини-Бергена и т.п. [82, 124, 125].

На рис. 4.24 представлена векторно-матричная структурная схема цифрового алгоритма контроля функционирования электромеханического преобразователя постоянного тока с дискретизированной эталонной моделью ЭМП и моделями чувствительности по анализируемым нестабильным параметрам с целью получения вектора сигнала невязки  $\varepsilon^*$ , пропорционального вариациям параметров [83, 94, 126].

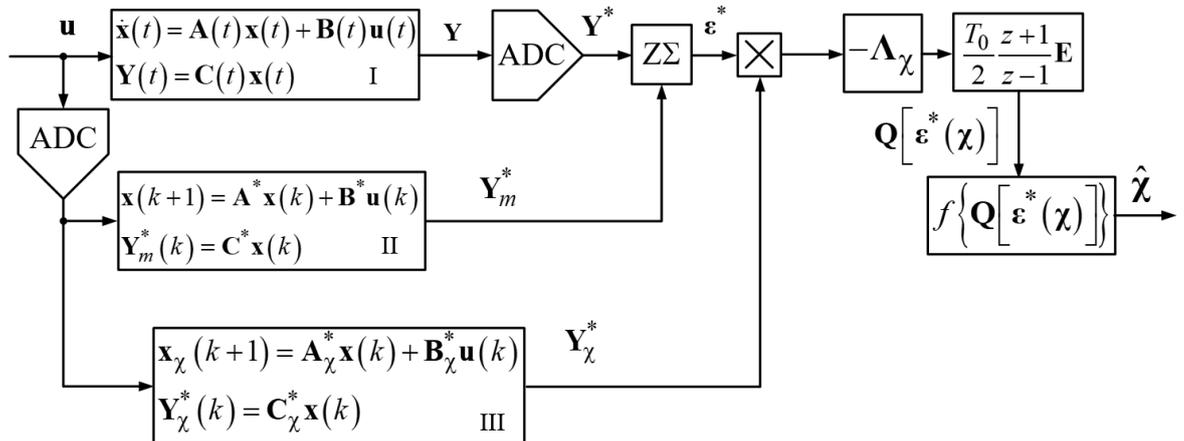


Рис. 4.24. Векторно-матричная структурная схема цифрового алгоритма контроля функционирования электромеханического преобразователя постоянного тока

На схеме приняты следующие обозначения: I – объект исследования с нестабильными параметрами; II – дискретная эталонная модель; III – дискретная модель

чувствительности;  $\chi$  – вектор параметров объекта;  $Z\Sigma$  – цифровой сумматор; ADC – аналого-цифровой преобразователь;  $\mathbf{u}$  – вектор входных воздействий;  $\mathbf{Y}^*$  – вектор выходных координат объекта;  $\mathbf{Y}_m^*$  – вектор выходных координат эталонной модели;  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  – вектор невязки;  $\mathbf{Y}_\chi^*$  – вектор функций чувствительности;  $\boldsymbol{\Lambda}_\chi = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r\}$  – вектор коэффициентов нормирования;  $\mathbf{E}$  – единичная матрица;  $\mathbf{Q}[\boldsymbol{\varepsilon}^*(\chi)]$  – вектор значений линейного интегрального критерия;  $f\{\mathbf{Q}[\boldsymbol{\varepsilon}^*(\chi)]\}$  –  $\chi$ -зависимости;  $\hat{\chi}$  – вектор оценок нестабильных параметров.

#### 4.3.2. Формирование $Q$ -таблиц и $\chi$ -зависимостей двигателя постоянного тока типа PIVT-6-25/3A

В результате выполнения процедур предварительно-экспериментального этапа метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей с применением экспериментальной установки, показанной на рис. 4.15, были определены номинальные значения параметров двигателя постоянного тока типа PIVT-6-25/3A (см. выражения (4.6) – (4.9)) и сформирована эталонная модель объекта исследования согласно соотношению (4.10).

Модели чувствительности по нестабильным параметрам представлены следующими выражениями:

- 1) Модель чувствительности по активному сопротивлению якоря  $R_a$

$$\frac{\partial W_m(s, R_a)}{\partial R_a} = \frac{Jcs}{\left(L_a Js^2 + R_a Js + c^2\right)^2}; \quad (4.45)$$

- 2) Модель чувствительности по индуктивности якоря  $L_a$

$$\frac{\partial W_m(s, L_a)}{\partial L_a} = \frac{Jcs^2}{\left(L_a Js^2 + R_a Js + c^2\right)^2}; \quad (4.46)$$

3) Модель чувствительности по моменту инерции  $J$ 

$$\frac{\partial W_m(s, J)}{\partial J} = \frac{(Ls + R)cs}{\left(L_a J s^2 + R_a J s + c^2\right)^2}. \quad (4.47)$$

Дискретная аппроксимация моделей (4.10), (4.45) – (4.47) произведена методом Тастина с применением формулы (4.44) и реализована в программной среде MatLab с помощью оператора `bilinear`, который позволяет преобразовать непрерывные модели в дискретные  $W(z)$  в виде выражения (4.34). Принят период дискретности  $T_0 = 0,001$  с и получены соответствующие дробно-рациональные выражения второго порядка для эталонной модели и четвертого порядка для моделей чувствительности.

Для отражения структуры полученных цифровых моделей применены структурные схемы программирования, иллюстрирующие ход вычислений и облегчающие реализацию модели.

Дискретная форма записи модели чувствительности

$$W_{\chi_i}(z) = \frac{Y_{\chi_i}(z)}{U(z)} = \frac{B(z)}{D(z)} = \frac{b_4 z^4 + b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^4 + d_3 z^3 + d_2 z^2 + d_1 z + d_0}. \quad (4.48)$$

Преобразуем выражение (4.48) к виду

$$W_{\chi_i}(z) = \frac{Y_{\chi_i}(z)}{U(z)} = \frac{B(z)}{D(z)} = \frac{b_4 + b_3 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_1 z^{-3} + b_0 z^{-4}}{1 + d_3 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_1 z^{-3} + d_0 z^{-4}} \quad (4.49)$$

и перепишем (4.49) следующим образом:

$$U(z) = \left(b_4 + b_3 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_1 z^{-3} + b_0 z^{-4}\right) \cdot E(z),$$

$$\text{где } E(z) = \frac{U(z)}{1 + d_3 z^{-1} + d_2 z^{-2} + d_1 z^{-3} + d_0 z^{-4}}.$$

Схема программирования модели чувствительности, полученная по приведенным соотношениям, представлена на рис. 4.25.

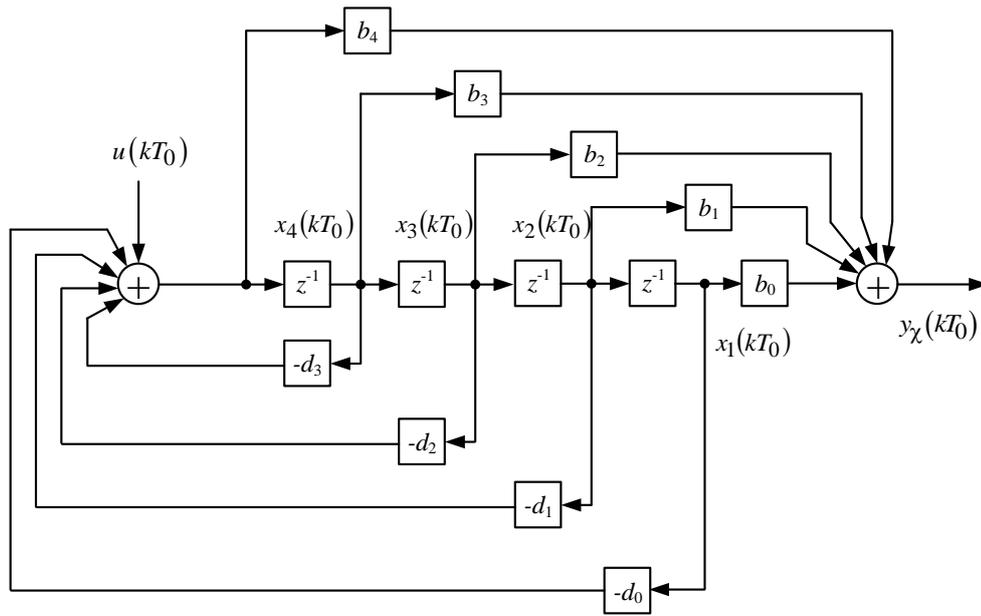


Рис. 4.25. Структурная схема программирования модели чувствительности

По схеме программирования определены уравнения состояния

$$\begin{aligned} x_1[(k+1)T_0] &= x_2(kT_0); \\ x_2[(k+1)T_0] &= x_3(kT_0); \\ x_3[(k+1)T_0] &= x_4(kT_0); \end{aligned} \quad (4.50)$$

$$x_4[(k+1)T_0] = -d_0x_1(kT_0) - d_1x_2(kT_0) - d_2x_3(kT_0) - d_3x_4(kT_0) + u(kT_0)$$

и уравнение выхода

$$\begin{aligned} y_\chi(kT_0) &= (b_0 - d_0b_4)x_1(kT_0) + (b_1 - d_1b_4)x_2(kT_0) + \\ &+ (b_2 - d_2b_4)x_3(kT_0) + (b_3 - d_3b_4)x_4(kT_0) + b_4u(kT_0). \end{aligned} \quad (4.51)$$

Все модели чувствительности имеют одинаковые схемы программирования и описываются аналогичными уравнениями, которые различаются только величинами коэффициентов числителя.

Уравнения эталонной модели получены тем же способом:

уравнения состояния

$$\begin{aligned} x_1[(k+1)T_0] &= x_2(kT_0); \\ x_2[(k+1)T_0] &= -d_0x_1(kT_0) - d_1x_2(kT_0) + u(kT_0); \end{aligned} \quad (4.52)$$

уравнение выхода

$$y_m(kT_0) = (b_0 - d_0b_2)x_1(kT_0) + (b_1 - d_1b_2)x_2(kT_0) + b_2u(kT_0). \quad (4.53)$$

Результаты вычислений коэффициентов числителя и знаменателя цифровых моделей сведены в таблицу 4.3.

Значения коэффициентов дискретных моделей.

Таблица 4.3

Коэффициенты	Модель чувствительности по активному сопротивлению якоря $R_a$	Модель чувствительности по индуктивности якоря $L_a$	Модель чувствительности по моменту инерции $J$	Эталонная модель
$b_4$	0.00214124554918	4.28249109836543	442.457904805292	–
$b_3$	0.00428249109836	1.06581410364e-14	876.350827413856	–
$b_2$	-2.6645352591e-15	-8.5649821967308	-8.5649821965821	0.0553452776642
$b_1$	-0.0042824910984	-3.9968028886e-14	-876.35082741395	0.1106905553284
$b_0$	-0.0021412455492	4.28249109836546	433.892922608611	0.0553452776642
$d_4$	1	1	1	–
$d_3$	-3.1712889554324	-3.1712889554324	-3.1712889554324	–
$d_2$	3.71744878841101	3.71744878841101	3.71744878841101	–
$d_1$	-1.9078264575077	-1.9078264575077	-1.9078264575077	-1.585654504029
$d_0$	0.36192064337196	0.36192064337196	0.36192064337196	0.6015939439967

Simulink-модель вычисления обобщённого интегрального критерия

$\mathbf{Q}[\boldsymbol{\varepsilon}^*(\boldsymbol{\chi})]$  представлена на рис. 4.26.

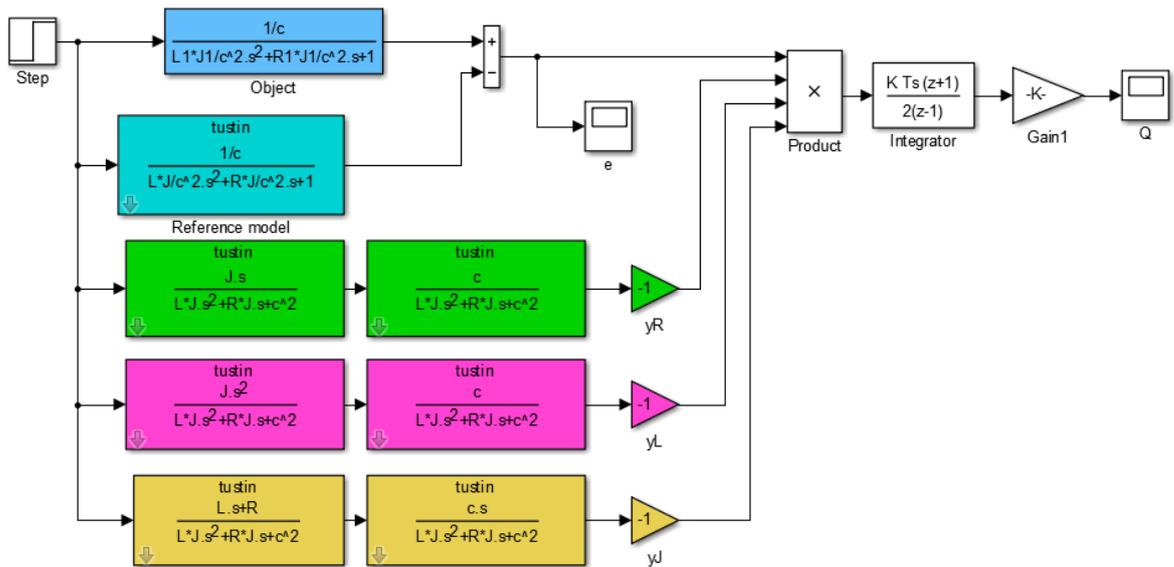


Рис. 4.26. Simulink-модель вычисления линейного интегрального критерия для двигателя постоянного тока типа РИВТ-6-25/3А

Исследование проведено при следующих относительных значениях вариаций нестабильных параметров:  $R_{a,var} = f(R_a; 1,05R_a; 1,1R_a; 1,15R_a; 1,2R_a)$ ;  $L_{a,var} = f(L_a; 1,05L_a; 1,1L_a; 1,15L_a; 1,2L_a)$ ;  $J_{var} = f(J; 1,05J; 1,1J; 1,15J; 1,2J)$ . Результаты моделирования представлены в виде  $Q$ -таблицы (см. приложение 4, с. 193). Программа на языке VBA, позволяющая автоматизировать расчет обобщённого интегрального критерия, приведена в Приложении 5, с. 197. Программа на языке VBA, позволяющая избавиться от неопределенности при вычислении обобщённого интегрального критерия вследствие равнозначных величин  $Q$  при различных наборах значений нестабильных параметров приведена в Приложении 6, с. 201.

Полученные результаты соответствуют значениям коэффициента отклонения

$$\beta = \frac{\chi_{imax} - \chi_{imin}}{\Delta\chi_i} + 1 = \frac{1,2 - 1}{0,05} + 1 = 5;$$

$$k = \beta^r = 5^3 = 125.$$

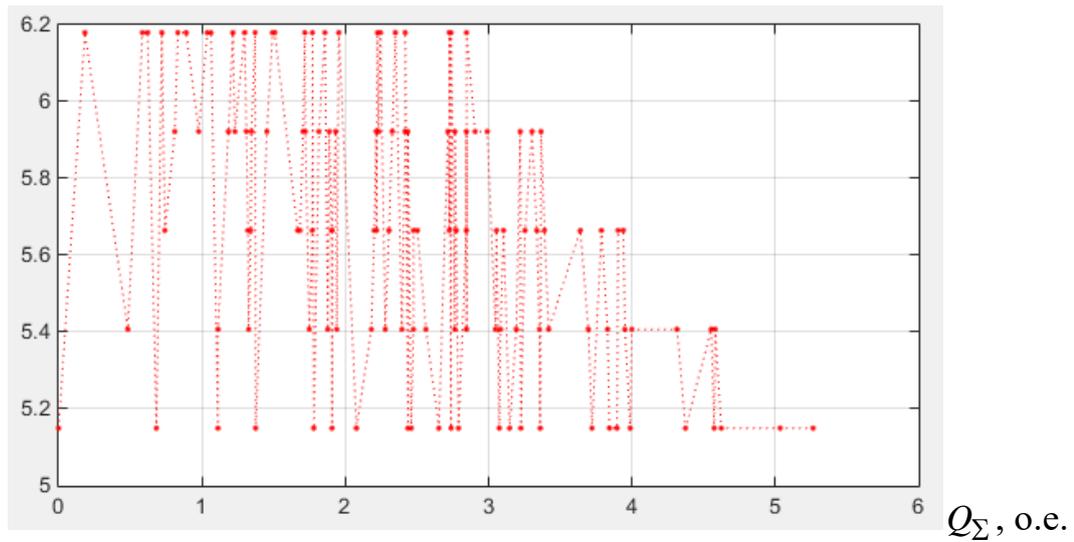
Значения обобщённого интегрального критерия в  $Q$ -таблице, расположенные по возрастанию позволяют осуществить построение характеристик вида  $\chi_i = f(Q_\Sigma)$  – точечных  $\chi$ -зависимостей.

Зависимость  $R_{a,\text{var}} = f(Q_\Sigma)$ , показанная на рис. 4.27, получена с помощью  $Q$ -таблицы за счет выполнения следующей программы:

```
x1=[0 0.1836 0.4833 0.5848 0.6211 0.6825 0.7203 0.7416 0.8105 0.8315 0.8899 0.9776 1.037 1.063
1.112 1.1121 1.185 1.216 1.23 1.298 1.31 1.321 1.326 1.34 1.346 1.371 1.375
1.453 1.493 1.508 1.668 1.684 1.706 1.718 1.721 1.749 1.77 1.771 1.781 1.816
1.858 1.878 1.888 1.905 1.908 1.9081 1.933 1.941 1.954 1.956 2.078 2.182 2.202
2.216 2.218 2.225 2.233 2.246 2.279 2.305 2.328 2.35 2.395 2.418 2.418 2.437
2.4371 2.46 2.476 2.4761 2.503 2.563 2.653 2.716 2.726 2.7261 2.738 2.7381 2.765
2.7651 2.774 2.79 2.845 2.8451 2.846 2.8461 2.906 2.991 3.048 3.055 3.075 3.083
3.104 3.147 3.193 3.221 3.225 3.254 3.303 3.336 3.355 3.36 3.366 3.39 3.419
3.64 3.696 3.721 3.787 3.83 3.843 3.896 3.903 3.94 3.951 3.988 3.999 4.315
4.374 4.552 4.574 4.581 4.623 5.034 5.264]; % Q
y1=[5.15 6.18 5.4075 6.18 6.18 5.15 6.18 5.665 5.9225 6.18 6.18 5.9225 6.18
6.18 5.15 5.4075 5.9225 6.18 5.9225 6.18 5.9225 5.665 5.4075 5.665 5.9225 6.18
5.15 5.9225 6.18 6.18 5.665 5.665 5.9225 6.18 5.9225 5.4075 5.665 6.18 5.15
5.9225 6.18 5.4075 5.9225 5.665 5.15 5.665 5.9225 5.4075 6.18 6.18 5.15 5.4075
5.665 5.9225 5.665 6.18 5.9225 6.18 5.4075 5.665 5.9225 6.18 5.4075 5.9225 6.18
5.15 5.9225 5.15 5.4075 5.665 5.665 5.4075 5.15 5.9225 5.665 6.18 5.15 6.18
5.4075 5.9225 5.665 5.15 5.665 5.9225 5.4075 6.18 5.9225 5.9225 5.4075 5.665 5.15
5.4075 5.665 5.15 5.4075 5.9225 5.15 5.665 5.9225 5.665 5.4075 5.15 5.9225 5.665
5.4075 5.665 5.4075 5.15 5.665 5.4075 5.15 5.15 5.665 5.665 5.4075 5.15 5.4075
5.4075 5.15 5.4075 5.15 5.4075 5.15 5.15 5.15]; % R
```

plot(x1,y1)

Точечные зависимости относительно остальных контролируемых параметров получены аналогичным способом. Соответствующие характеристики представлены на рис. 4.28, 4.29.

$R_{a,var}$ , ОмРис. 4.27. Зависимость  $R_{a,var} = f(Q_{\Sigma})$ 

$x_2 = [0 \ 0.1836 \ 0.4833 \ 0.5848 \ 0.6211 \ 0.6825 \ 0.7203 \ 0.7416 \ 0.8105 \ 0.8315 \ 0.8899 \ 0.9776 \ 1.037$   
 $1.063 \ 1.112 \ 1.1121 \ 1.185 \ 1.216 \ 1.23 \ 1.298 \ 1.31 \ 1.321 \ 1.326 \ 1.34 \ 1.346 \ 1.371$   
 $1.375 \ 1.453 \ 1.493 \ 1.508 \ 1.668 \ 1.684 \ 1.706 \ 1.718 \ 1.721 \ 1.749 \ 1.77 \ 1.771 \ 1.781$   
 $1.816 \ 1.858 \ 1.878 \ 1.888 \ 1.905 \ 1.908 \ 1.9081 \ 1.933 \ 1.941 \ 1.954 \ 1.956 \ 2.078 \ 2.182$   
 $2.202 \ 2.216 \ 2.218 \ 2.225 \ 2.233 \ 2.246 \ 2.279 \ 2.305 \ 2.328 \ 2.35 \ 2.395 \ 2.418 \ 2.418$   
 $2.437 \ 2.4371 \ 2.46 \ 2.476 \ 2.4761 \ 2.503 \ 2.563 \ 2.653 \ 2.716 \ 2.726 \ 2.7261 \ 2.738 \ 2.7381$   
 $2.765 \ 2.7651 \ 2.774 \ 2.79 \ 2.845 \ 2.8451 \ 2.846 \ 2.8461 \ 2.906 \ 2.991 \ 3.048 \ 3.055 \ 3.075$   
 $3.083 \ 3.104 \ 3.147 \ 3.193 \ 3.221 \ 3.225 \ 3.254 \ 3.303 \ 3.336 \ 3.355 \ 3.36 \ 3.366 \ 3.39$   
 $3.419 \ 3.64 \ 3.696 \ 3.721 \ 3.787 \ 3.83 \ 3.843 \ 3.896 \ 3.903 \ 3.94 \ 3.951 \ 3.988 \ 3.999$   
 $4.315 \ 4.374 \ 4.552 \ 4.574 \ 4.581 \ 4.623 \ 5.034 \ 5.264]; \% Q$

$y_2 = [0.0103 \ 0.0103 \ 0.0103 \ 0.0103 \ 0.010815 \ 0.010815 \ 0.0103 \ 0.0103 \ 0.0103 \ 0.0103 \ 0.0103$   
 $0.0103 \ 0.010815 \ 0.01133 \ 0.0103 \ 0.010815 \ 0.0103 \ 0.010815 \ 0.0103$   
 $0.010815 \ 0.0103 \ 0.010815 \ 0.0103 \ 0.0103 \ 0.010815 \ 0.010815 \ 0.01133$   
 $0.010815 \ 0.01133 \ 0.011845 \ 0.0103 \ 0.0103 \ 0.010815 \ 0.01133$   
 $0.010815 \ 0.01133 \ 0.0103 \ 0.01133 \ 0.010815 \ 0.010815 \ 0.01133$   
 $0.0103 \ 0.01133 \ 0.010815 \ 0.0103 \ 0.01133 \ 0.01133 \ 0.010815$   
 $0.011845 \ 0.01236 \ 0.011845 \ 0.0103 \ 0.010815 \ 0.01133 \ 0.010815$   
 $0.011845 \ 0.01133 \ 0.011845 \ 0.0103 \ 0.010815 \ 0.01133 \ 0.011845$   
 $0.011845 \ 0.011845 \ 0.01236 \ 0.0103 \ 0.011845 \ 0.01133 \ 0.010815$   
 $0.01133 \ 0.011845 \ 0.01133 \ 0.010815 \ 0.011845 \ 0.01133$   
 $0.01236 \ 0.0103 \ 0.01236 \ 0.010815 \ 0.011845 \ 0.01133 \ 0.01236$   
 $0.01133 \ 0.011845 \ 0.010815 \ 0.01236 \ 0.01236 \ 0.01236$

```

0.01236    0.011845    0.010815    0.01133    0.01236    0.011845
0.011845    0.01236    0.01133    0.011845    0.01236    0.011845
0.01133    0.010815    0.01236    0.011845    0.01133    0.01236
0.011845    0.01133    0.01236    0.01236    0.01236    0.011845
0.01236    0.01236    0.011845    0.01133    0.011845    0.01236
0.011845    0.01236    0.01236    0.01236    0.011845    0.01236
0.01236];
plot(x2,y2)

```

$L_{a,var}, \Gamma_H$

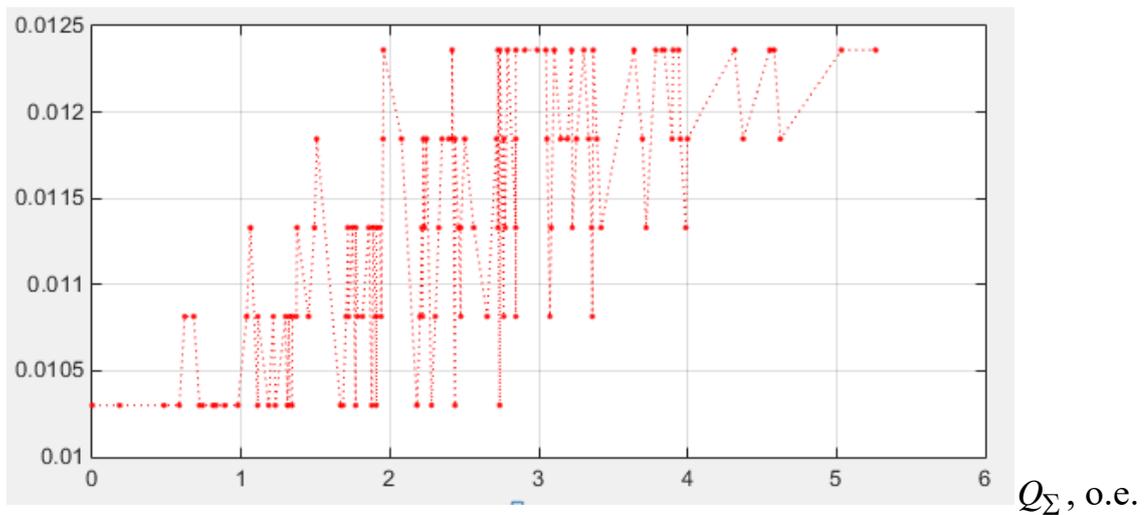


Рис. 4.28. Зависимость  $L_{a,var} = f(Q_{\Sigma})$

```

x3=[0 0.1836 0.4833 0.5848 0.6211 0.6825 0.7203 0.7416 0.8105 0.8315 0.8899 0.9776 1.037 1.063
1.112 1.1121 1.185 1.216 1.23 1.298 1.31 1.321 1.326 1.34 1.346 1.371 1.375
1.453 1.493 1.508 1.668 1.684 1.706 1.718 1.721 1.749 1.77 1.771 1.781 1.816
1.858 1.878 1.888 1.905 1.908 1.9081 1.933 1.941 1.954 1.956 2.078 2.182 2.202
2.216 2.218 2.225 2.233 2.246 2.279 2.305 2.328 2.35 2.395 2.418 2.418 2.437
2.4371 2.46 2.476 2.4761 2.503 2.563 2.653 2.716 2.726 2.7261 2.738 2.7381 2.765
2.7651 2.774 2.79 2.845 2.8451 2.846 2.8461 2.906 2.991 3.048 3.055 3.075 3.083
3.104 3.147 3.193 3.221 3.225 3.254 3.303 3.336 3.355 3.36 3.366 3.39 3.419
3.64 3.696 3.721 3.787 3.83 3.843 3.896 3.903 3.94 3.951 3.988 3.999 4.315
4.374 4.552 4.574 4.581 4.623 5.034 5.264]; % Q
y3=[0.00002516 0.000030192 0.00002516 0.000028934 0.000030192 0.00002516
0.00002516 0.00002516 0.00002516 0.000027676 0.000026418 0.000030192
0.000028934 0.000030192 0.000026418 0.00002516 0.000026418 0.00002516
0.000028934 0.000027676 0.000027676 0.00002516 0.000026418 0.000026418

```

0.00002516 0.000026418 0.00002516 0.000030192 0.000028934 0.000030192  
 0.000027676 0.000030192 0.000026418 0.00002516 0.000028934 0.00002516  
 0.000028934 0.000027676 0.000026418 0.000027676 0.000026418 0.000027676  
 0.00002516 0.000026418 0.000027676 0.00002516 0.000030192 0.000026418  
 0.000028934 0.000030192 0.00002516 0.000028934 0.000030192 0.000028934  
 0.000027676 0.00002516 0.000026418 0.000027676 0.000030192 0.000028934  
 0.000027676 0.000026418 0.00002516 0.000030192 0.000028934 0.000028934  
 0.00002516 0.000026418 0.000027676 0.000026418 0.00002516 0.000026418  
 0.000027676 0.000028934 0.000030192 0.000027676 0.000030192 0.00002516  
 0.000028934 0.000026418 0.000027676 0.00002516 0.000028934 0.000027676  
 0.000030192 0.000026418 0.000030192 0.00002516 0.00002516 0.000026418  
 0.000028934 0.000027676 0.00002516 0.000026418 0.000026418 0.000028934  
 0.000027676 0.000030192 0.000026418 0.000027676 0.000028934 0.000030192  
 0.000027676 0.000028934 0.000030192 0.000026418 0.000027676 0.000028934  
 0.000030192 0.000026418 0.000026418 0.000027676 0.000027676 0.000028934  
 0.000028934 0.000030192 0.000030192 0.000027676 0.000028934 0.000028934  
 0.000027676 0.000030192 0.000030192 0.000028934 0.000030192];

plot(x3,y3)

$J_{\text{var}}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$

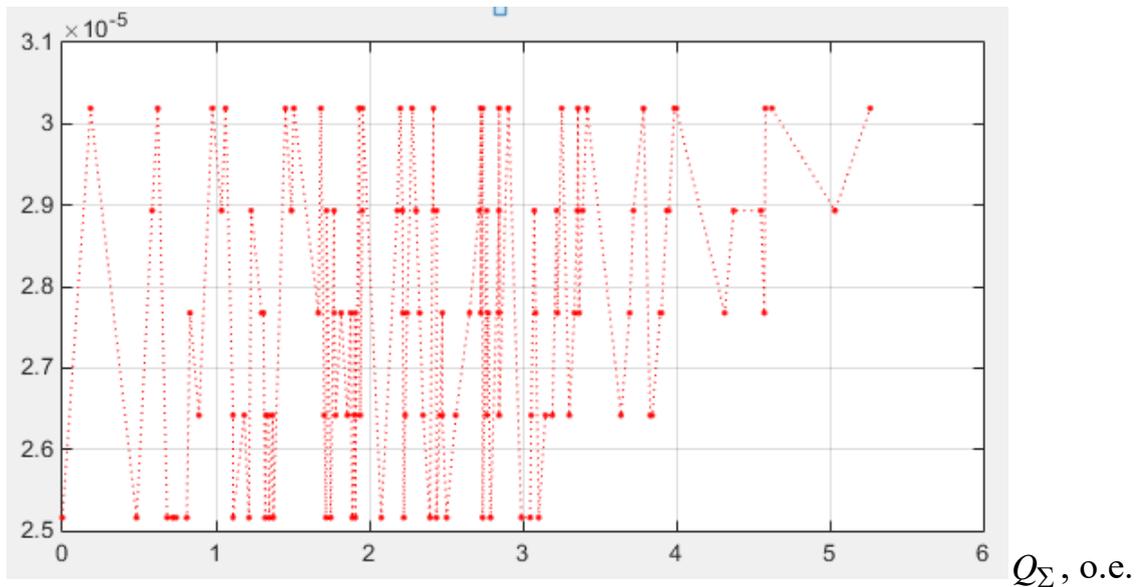


Рис. 4.29. Зависимость  $J_{\text{var}} = f(Q_{\Sigma})$

Следует отметить, что пространство вектора нестабильных параметров  $\chi$  отображается в общем случае  $(r+1)$ -мерным гиперпараллелепипедом. Для рассматриваемого случая с количеством параметров  $r = 3$  имеем четырехмерную зависимость  $\chi = f(Q_\Sigma)$ . Путем замены индуктивности и активного сопротивления якорной цепи электромагнитной постоянной времени  $T_a = \frac{L_a}{R_a}$ , получим трехмерную зависимость  $T_a, J = f(Q_\Sigma)$ , представленную на рис. 4.30.

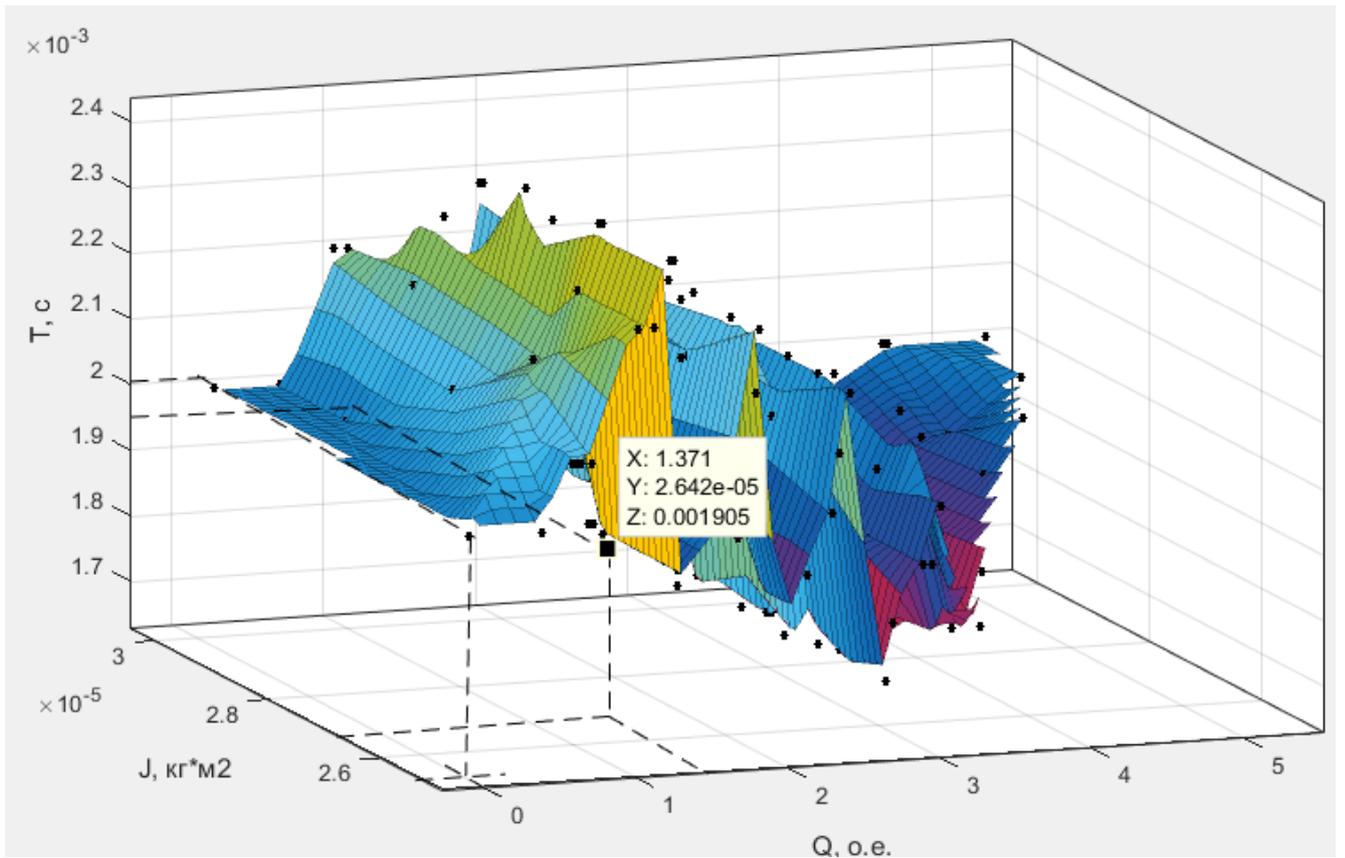


Рис. 4.30. Зависимость  $T_a, J = f(Q_\Sigma)$

На рис. 4.30 показаны узловые точки значений компонент  $Q$ -таблицы, а проекции этих точек на соответствующие оси  $X, Y, Z$  отражают численные значения обобщённого интегрального критерия  $Q$  по оси  $X$  и значения нестабильных параметров  $J$  и  $T$  по осям  $Y$  и  $Z$  соответственно. Так, например, значение  $Q = 0$  соответствует номинальным параметрам ЭМП  $T_a = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0,0103}{5,15} = 0,002$  с,

$J = 2,516 \cdot 10^{-5}$  кг·м<sup>2</sup>. Вторая точка с координатами ( $X = 1,371$ ;  $Y = 2,642e-05$ ;  $Z =$

0,001905) соответствует значению  $Q = 1,371$  о.е. и нестабильным параметрам  $T_a = 0,001905$  с,  $J = 2,642 \cdot 10^{-5}$  кг·м<sup>2</sup>.

Очевидно, что представление точечных  $\chi$ -зависимостей на плоскости является предпочтительным с точки зрения практического применения и в дальнейшем при реализации метода будем применять именно двумерный способ представления.

Полученные выше  $\chi$ -зависимости, характеристики  $R_{a,var} = f(Q_\Sigma)$ ,  $L_{a,var} = f(Q_\Sigma)$ ,  $J_{var} = f(Q_\Sigma)$  реализованы в Simulink-модели с помощью блоков одномерных интерполяционных таблиц 1-D Lookup Table библиотеки Lookup Tables (рис. 4.31).

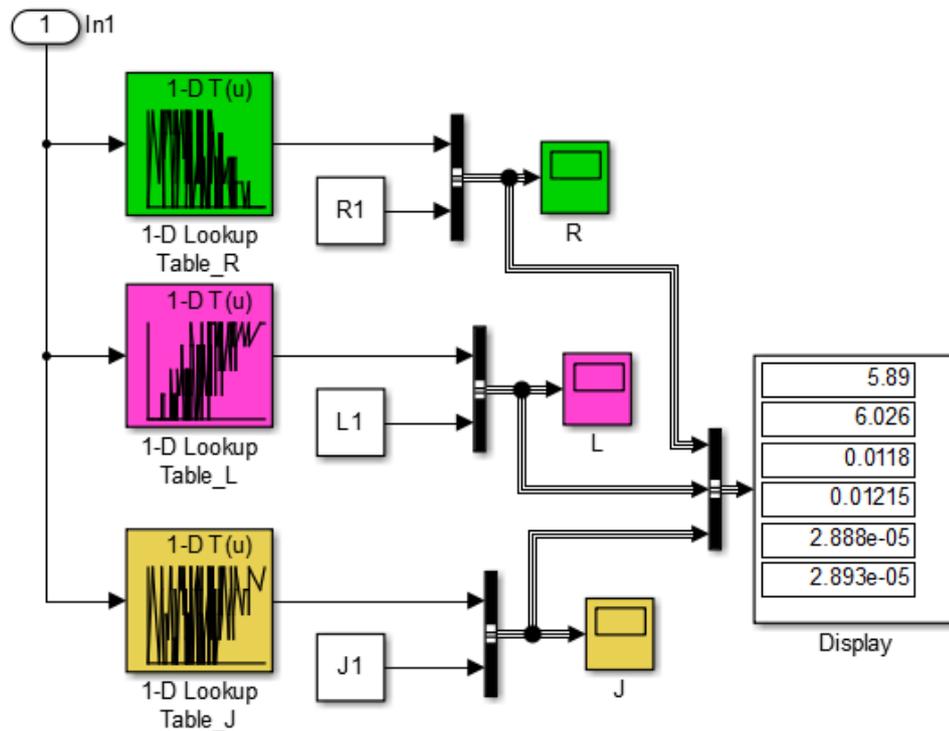


Рис. 4.31. Simulink-модель подсистемы вычисления  $\chi$ -зависимостей

Моделирование проводилось при следующих значениях параметров:

$R=5.15$ ;  $L=0.0103$ ;  $J=2.516e-05$ ;  $c=0.072$ ;

$R1=1.17 \cdot R$ ; % 6.026

$L1=1.18 \cdot L$ ; % 0.01215

$J1=1.15 \cdot J$ ; % 2.893e-05

Графики, отражающие процесс текущего контроля параметров, показаны на рис. 4.32 – 4.34.

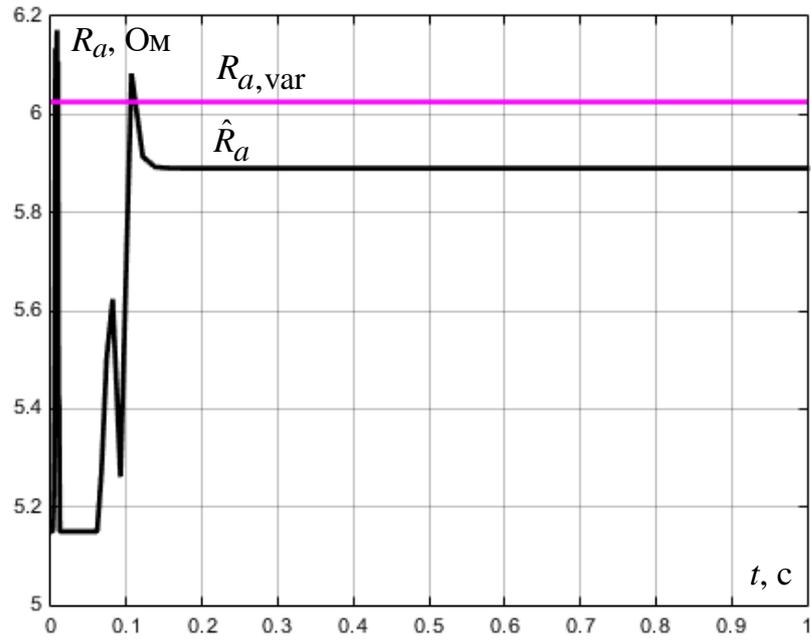


Рис. 4.32. Зависимости  $R_{a, \text{var}} = f(t)$ ,  $\hat{R}_a = f(t)$

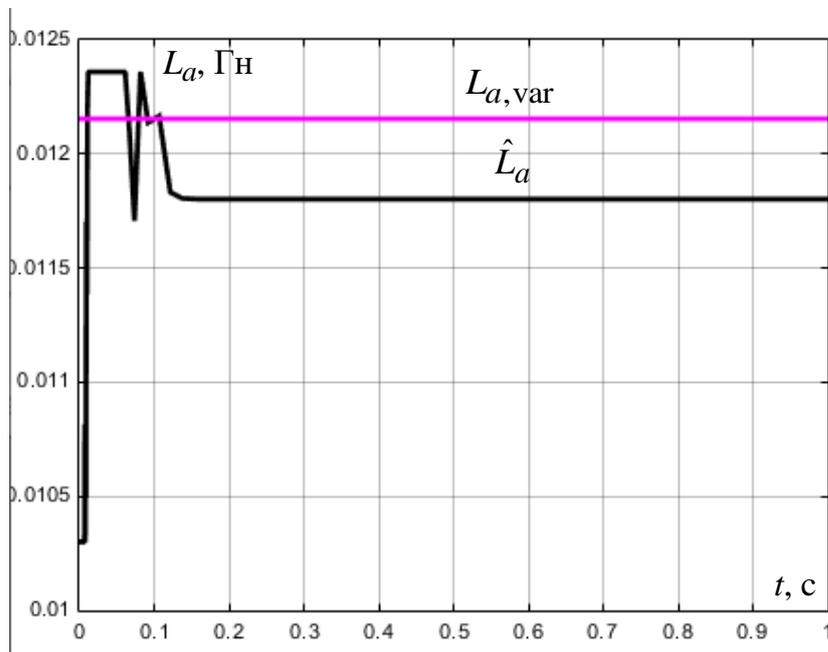


Рис. 4.33. Зависимости  $L_{a, \text{var}} = f(t)$ ,  $\hat{L}_a = f(t)$

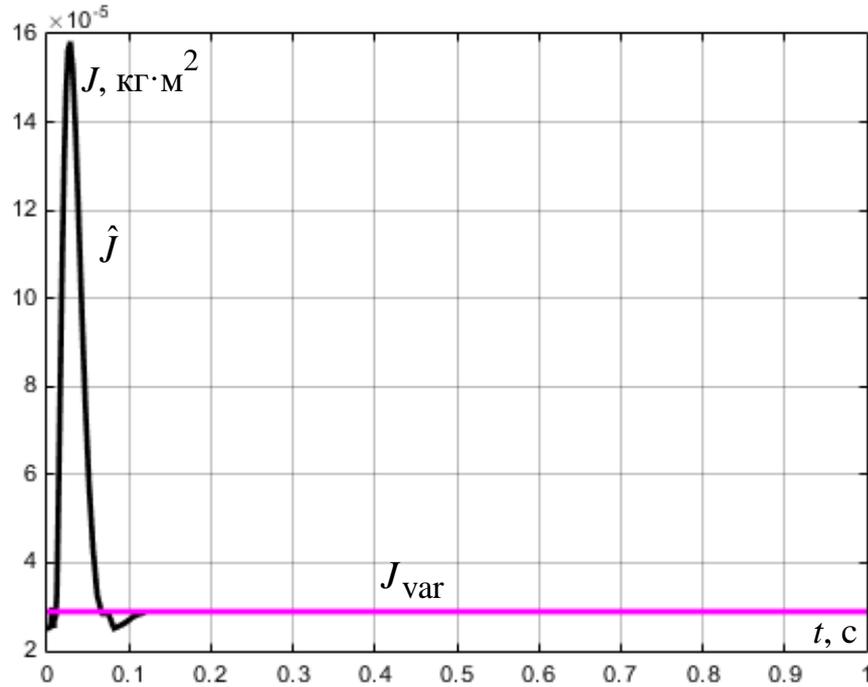


Рис. 4.34. Зависимости  $J_{\text{var}} = f(t)$ ,  $\hat{J} = f(t)$

Из анализа приведенных зависимостей следует, что процесс вычисления оценок параметров электромеханического преобразователя постоянного тока типа РИУТ-6-25/3А не превышает 0,2 с. Установившиеся значения оценок при  $\chi_{i\min} = 1$  о.е.,  $\chi_{i\max} = 1,2$  о.е.,  $\Delta\chi_i = 0,05$  о.е. и  $\beta = 5$  составили, соответственно:  $\hat{R}_a = 5,89$  Ом;  $\hat{L}_a = 0,0118$  Гн;  $\hat{J} = 2,888 \cdot 10^{-5}$  кг·м<sup>2</sup>.

Относительные погрешности вычисления нестабильных параметров составили  $\delta_{R_a} = 2,24\%$ ;  $\delta_{L_a} = 3,28\%$ ;  $\delta_J = 0,17\%$  и обусловлены тем, что моделирование проводилось не в «узловых» точках  $\chi_{\text{var}} = f(\chi; 1,05\chi; 1,1\chi; 1,15\chi; 1,2\chi)$ , а при изменениях сопротивления якоря в 1,17, индуктивности якоря в 1,18 и момента инерции в 1,15 раза от соответствующих номинальных значений. Величина погрешности оценки нестабильных параметров на требуемом интервале их изменения может быть снижена за счет уменьшения заданных отклонений параметров  $\Delta\chi_i$  при вычислении обобщённого интегрального критерия. При этом в соответствии с выражением (4.5) увеличится количество строк  $Q$ -таблицы  $k$  и, соответственно, точность контроля параметров ЭМП.

**Выводы.** Сформулирована последовательность действий при реализации метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей, представлен алгоритм вычисления вектора оценок нестабильных параметров  $\hat{\chi}$  в виде векторно-матричной структурной схемы, показаны особенности формирования  $Q$ -таблицы. Приведена алгоритмическая блок-схема метода многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей. Произведено экспериментальное исследование общепромышленного двигателя постоянного тока типа 4ПБ112М2Г, а также серводвигателя постоянного тока с возбуждением от постоянных магнитов типа PIVT-6-25/3А с применением двух разновидностей экспериментальных установок. Показаны преимущества описания исследуемых ЭМП постоянного тока операторными уравнениями по сравнению с аппроксимацией методом наименьших квадратов за счёт сравнительной простоты и наличия в уравнениях ЭМП коэффициентов, которые являются контролируемыми параметрами машины. В целях повышения качества процесса регистрации выходных координат ЭМП, уменьшения уровня ошибок в измерительном канале и снижения флуктуаций полезного сигнала применен цифровой сглаживающий фильтр, синтезированный по критерию минимума интеграла невязки, что обеспечило значение погрешности, вызванной влиянием шумов, не более заданного пятипроцентного уровня. Сформирована векторно-матричная структурная схема цифрового алгоритма контроля функционирования электромеханического преобразователя постоянного тока, позволяющая автоматизировать процесс оценки нестабильных параметров с применением соответствующих программ на языке VBA. Апробирование метода показало, что процесс вычисления оценок параметров электромеханического преобразователя постоянного тока типа PIVT-6-25/3А не превышает 0,2 с с относительными погрешностями вычисления соответственно  $\delta_{R_a} = 2,24\%$ ;  $\delta_{L_a} = 3,28\%$ ;  $\delta_J = 0,17\%$ . Показано, что величина погрешности оценки нестабильных параметров на требуемом интервале их изменения может быть снижена за счет уменьшения заданных отклонений параметров  $\Delta\chi_i$  при вычислении обобщённого интегрального критерия.

### Результаты сравнения методов анализа и контроля параметров электро-механических преобразователей.

В разделе 1.1 был проведен обзор различных методов анализа и контроля параметров электро-механических преобразователей на основании источников [1 – 44]. Результаты сравнительной оценки рассмотренных методов сведены в табл. 4.4, где показаны преимущества разработанного метода автоматизированного многопараметрического анализа и контроля функционирования электро-механических преобразователей с применением градиентного алгоритма вычисления оценок параметров.

Результаты сравнения методов анализа и контроля параметров ЭМП. Таблица 4.4

№, п/п	Название методов	Литературные источники	Особенности методов			
			Погрешность метода	Быстродействие метода	Контроль в режиме реального времени	Вычислительные затраты
1	Частотные методы	[1 – 11]	7 – 10%	Требует вывода ЭМП из работы	нет	велики
2	Методы, основанные на использовании паспортных данных ЭМП	[12 – 21]	10 – 15%	Требует вывода ЭМП из работы	нет	малы
3	Нейросетевые методы	[22 – 38]	–	Мало (итерационные алгоритмы)	да	велики
4	Методы, основанные на использовании генетических алгоритмов	[39 – 41]	Менее 5%	Мало (итерационные алгоритмы)	да	велики
5	Аналитические методы	[42 – 44]	Менее 7%	–	да	малы
6	Метод автоматизированного многопараметрического анализа и контроля функционирования ЭМП с применением градиентного алгоритма вычисления оценок параметров	[56, 77, 92, 94, 104, 105, 116]	Менее 5%	Менее секунды	да	малы

**Рекомендации по применению метода автоматизированного многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей с применением градиентного алгоритма вычисления оценок параметров.**

Разработанный метод основан на использовании математической модели объекта исследования и номинальных значений его параметров, по каждому из которых определены функции чувствительности. Уточнение информации об ЭМП в виде достоверных оценок нестабильных параметров производится путем текущего измерения входных и выходных координат объекта, заданного дифференциальными или разностными уравнениями типа «вход-выход», и программной реализации алгоритма (4.4).

Электромеханический преобразователь, эксплуатируемый в составе рабочего комплекса, представляет собой исполнительное устройство, управляющее воздействие на которое формируется системой управления на основе соответствующего алгоритма регулятора в целях реализации заданного режима работы и обеспечения требуемого качества функционирования. Отклонение значений параметров ЭМП от номинальных величин, при которых производится синтез регулятора, может привести к существенному снижению качества функционирования системы. В этой связи вычисление оценок нестабильных параметров позволяет сформировать блок настройки для решения задачи оптимизации параметров регулятора в соответствии с выбранным показателем качества функционирования – обобщённым интегральным критерием  $Q[\varepsilon(\chi)]$  – на основе оценок  $\hat{\chi}(t)$ . Показатель  $Q[\varepsilon(\chi)]$  достигает минимума, если параметрическое рассогласование  $\|\hat{\chi}(t) - \chi\| \rightarrow 0$  на конечном интервале времени. При вычислении оценок параметров  $\hat{\chi}(t)$  показатель  $Q[\varepsilon(\chi)]$  может принимать равные значения для разных наборов вариаций контролируемых параметров. Чем большее количество нестабильных параметров вычисляется, тем больше вероятность, что результаты оценивания будут представлены многообразием  $Q(\cdot)$ . Для исключения неопределенности при решении задачи оценивания па-

раметров необходимо применить одну из следующих процедур: при активной коррекции в контуре управления использовать не оценки параметров  $\hat{\chi}(t)$ , а оценки переходных процессов эталонной модели и объекта  $|\varepsilon(t)| = |\mathbf{Y}(t) - \hat{\mathbf{Y}}(t)| \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ , обеспечивающие  $\min \mathbf{Q}(\cdot)$ ; при вычислении  $\mathbf{Q}(\cdot)$  и соответствующих оценок  $\hat{\chi}(t)$  организовать цикл проверки условия  $Q_i = Q_{i+1}$  и в случае его выполнения добавлять малое приращение  $Q_i + \Delta$ , где  $\Delta$  на порядок меньше последнего действующего знака после запятой.

Этап оценки параметров  $\hat{\chi}(t)$  является важнейшей составляющей процесса формирования алгоритма активной коррекции закона управления ЭМП, функционирующего в составе рабочих комплексов и, в соответствии с разработанным методом, требует учета следующих особенностей:

- 1) математическое описание объекта исследования должно содержать параметры ЭМП в виде коэффициентов перед переменными;
- 2) наиболее информативная выходная координата ЭМП характеризуется максимальной дисперсией и определяется с применением функций чувствительности по контролируемым параметрам;
- 3) проверка соответствия математической модели объекту исследования должна проводиться на основе временной зависимости регистрируемой выходной координаты по динамической погрешности и установившемуся значению. Установившееся значение не должно отличаться более, чем на 3% от эталонного значения. Динамическая погрешность вычисляется на основе интеграла невязки между выходными координатами модели и объекта и не должна превышать 10% по отношению к интегралу выходной координаты объекта;
- 4) дискретная аппроксимация эталонной модели и моделей чувствительности осуществляется на основе формулы трапеций; процедура вычисления обобщённого интегрального критерия производится в соответствии с методом Розенброка;

5) фильтрация шумов и наводок в измерительном канале осуществляется с применением сглаживающего цифрового фильтра, синтезированного по критерию минимума интеграла невязки;

6) дискретное представление эталонной модели, моделей чувствительности и сглаживающего цифрового фильтра осуществляется с применением канонической формы наблюдаемости;

7) определение коэффициентов разностных уравнений дискретных моделей при выбранном периоде квантования должно производиться с максимально возможной точностью в целях обеспечения устойчивости моделей.

Таким образом, разработанный в диссертации метод автоматизированного многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей с применением градиентного алгоритма вычисления оценок параметров позволяет производить проверку отклонений параметров электрических машин от требуемых значений на этапах опытно-конструкторских и послеремонтных испытаний, а также обеспечить формирование алгоритма активной коррекции процесса функционирования ЭМП в составе рабочих комплексов за счет построения блока настройки, позволяющего оптимизировать параметры регулятора на основе вычисления оценок нестабильных параметров ЭМП.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе представлены научно-обоснованные инженерно-технические решения в виде метода многопараметрического автоматизированного анализа и контроля электромеханических преобразователей, позволяющего провести оценку вектора нестабильных параметров объектов исследования в процессе эксплуатации в составе рабочих комплексов.

Выполненные в диссертации исследования представлены следующими результатами:

1. Разработана экспериментальная установка для исследования переходных режимов электромеханических преобразователей с применением машин постоянного тока, позволяющая регистрировать выходные координаты ЭМП с последующим сохранением и статистической обработкой полученных временных зависимостей.
2. На основе экспериментальных данных и анализа математического описания электромеханических преобразователей различных типов получены и апробированы Simulink-модели ЭМП, отражающие динамические свойства объектов исследования с требуемой точностью и предоставляющие возможность анализа нестабильных параметров в процессе эксплуатации.
3. Разработаны алгоритмы получения эталонной модели и моделей чувствительности ЭМП различных типов по контролируемым нестабильным параметрам. Получены соответствующие Simulink-модели на основе  $z$ -формы и векторно-матричных разностных уравнений для ЭМП постоянного тока.
4. Разработана и автоматизирована процедура вычисления обобщённого интегрального критерия  $Q$  с применением градиентного алгоритма и получены компоненты функционала  $Q(\chi)$  в таблично-графическом виде.
5. Разработан метод и программное обеспечение для реализации многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей постоянного тока на этапе эксплуатации в составе рабочих комплексов.

б. Проведено исследование с применением оригинальных Simulink-моделей и экспериментальное апробирование разработанного метода многопараметрического анализа и контроля функционирования ЭМП и показано на примере серводвигателя постоянного тока типа PIVT-6-25/3A, что относительные погрешности вычисления оценок нестабильных параметров не превышают 5%. Сформулированы рекомендации по применению метода анализа и контроля функционирования ЭМП в процессе эксплуатации в составе рабочих комплексов.

**Перспективы дальнейшего развития данного научного исследования:**

- разработанный метод целесообразно использовать не только для анализа и контроля функционирования апробированных в работе электромеханических преобразователей постоянного тока, но и ЭМП других типов и конструктивных исполнений, что позволит утверждать об универсальности метода;

- дальнейшее применение градиентного алгоритма для построения инверсного идентификатора, что позволит решить задачу увеличения компонентов вектора нестабильных параметров для анализа и контроля функционирования ЭМП различных типов;

- дальнейшее использование данного метода предполагает обеспечение робастности ЭМП, функционирующих в составе рабочих комплексов за счет применения методов активной коррекции на основе обратных связей по контролируемым координатам.

**Список использованных источников**

1. А.с. 116795 СССР, МКИ G 01 R 31/34. Способ определения индуктивных сопротивлений асинхронной двухфазной машины / Н.Г. Широков. – № 588176; заявл. 19.12.57; опубл. 01.01.58, Бюл. № 5. – 5 с.
2. А.с. №1004906 СССР, G 01 R 31/34. Способ определения частотной характеристики проводимости асинхронной машины / Г.Г. Рогозин, Н.Г. Пятлина, Ю.И. Печуркин, Н.С. Лапшина, В.В. Бабай. – SU 1780062; заявл. 11.11.90; опубл. 07.12.92, бюл. № 45. – 7с.
3. Reznik D.V., Rodkin D.I. and Romashykhin Yu.V. Features of the definition of electromagnetic parameters of induction motors using lowfrequency test voltage Alternating Current Electrical Drives: Proceeding of the Fourteenth International Scientific // Technical Conference, Ekaterinburg, UGTU. – March 13–16, 2007. – pp. 279–283.
4. Kubota H., Sato I., Tamura Y., Matsuse K. Regenerating-Mode Low-Speed Operation of Sensorless Induction Motor Drive With Adaptive Observer / IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 38, № 4, July/August 2002. – pp. 1081–1086.
5. Hasegawa M., Ogawa D. and Matsui K. Parameter Identification Scheme for Induction Motors Using Output Inter-Sampling Approach // Asian Power Electronics Journal. – 2013. – Vol. 2, № 1. – pp. 15–22.
6. Вербовой А.П., Вербовой П.Ф. Пути повышения технико-экономических показателей и развития теории электрических машин // Вісник НТУ «ХП». – 2001. – №17. – С. 24–27.
7. Казовский Е.Я., Рубисов Г.В. Переходные процессы в синхронных машинах при аномальных режимах в энергосистеме. – СПб.: Наука, 1994. – 172 с.
8. K. Rechberger, H. Koepler. Analytical Approach to Calculate the Transient State of Doubly Fed Synchronous Machines employing the Steady State Circle Diagram of the Machine / 15th International Conference on Electrical Machines «ICEM 2002», Brugge, Belgium. – August 2002. – pp. 25–28.

9. A. Larin, A. Abdessalem. Computer simulation of the transient in AC machines at short-circuits and connections to a network on the basis of the experimental frequency-response characteristics // 9th International Symposium on Short-circuit currents in power systems, SCC 2000, Cracow. – October 11 – 13, 2000. – pp. 39–45.
10. Ларин А.М., Абдессалем Л., Ларина И.И. Экспериментальное определение частотных характеристик асинхронных машин при различных уровнях насыщения // Электротехника и Электромеханика. – 2003. – №4. – С. 52–58.
11. Xu X., Novotny D. Implementation of Direct Stator Flux Orientation Control on a Versatile DSP Based System/IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 27, № 4, 1991. pp. 694 – 700.
12. Мощинский Ю.А., Беспалов В.Я., Кирякин А.А. Определение параметров схемы замещения асинхронной машины по каталожным данным // Электричество. – №4/98. – 1998. – С. 38–42.
13. Контроль надежности серийно выпускаемых электродвигателей / В.С. Волканов, А.В. Брылев, Н.М. Шамакина, Ю.И.Куранов // Взрывозащищенное и рудничное электрооборудование: Сб. науч. тр. / НИИ ПО «Кузбассэлектромотор». – Кемерово, 1977. – Вып. 8. – С. 50–56.
14. Гольдберг О.Д. Испытания электрических машин. – М.: Высшая школа, 1990. – 255 с.
15. Жерве Г.К. Промышленные испытания электрических машин. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 408 с.
16. Коварский Е.М. Испытания электрических машин / Е.М. Коварский, Ю.И. Янко. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.
17. Муравлев О.П. Управление качеством при проектировании и изготовлении электрических машин / О.П. Муравлев, О.Ф. Шапкина // Тез. докл. 1-й Международ. конф. по электротехнике и электротехнологии «МКЭЭ-94». – Суздаль, 1994. – С. 151–152.
18. Важнов А.И. Переходные процессы в машинах переменного тока. – Л.: Энергия, 1980. – 256 с.

19. Свит П.П., Семкин Б.В. Определение параметров схем замещения асинхронных двигателей небольшой мощности // Ползуновский Альманах. – 2004. – №3. – С. 96 – 99.
20. Макеев М.С., Кувшинов А.А. Алгоритм расчета параметров схемы замещения асинхронного двигателя по каталожным данным // Вектор науки ТГУ. – 2013. – №1 (23). – С. 108 – 112.
21. K. Lee, S. Frank, P.K. Sen and other. Estimation of induction motor equivalent circuit parameters from nameplate data // in Proc. 2012 North American Power Symposium (NAPS). – Urbana. – Sep. 2012. – pp. 1–6.
22. B. Karanayil, M.F. Rahman, G. Grantham, M.A. Rahman. Online parameter identification using artificial neural networks for vector controlled induction motor drive // 3 International conference on electrical and computer engineering. – Dhara, Bangladesh. – 2004. – pp. 23-26.
23. J.O.P. Pinto, B.K. Bose, L.E. Borges, M.P. Kazmierkowski. A neural network based space vector PWM controller for voltage-fed inverter induction motor drive // IEEE transaction on industry applications – 2000. – Vol.36, № 6. – pp. 1628–1636.
24. S.M. Gadoue, D. Giaorus, J.W. Finch. Low speed operation improvement of MRAS sensorless vector control induction motor drive using neural network flux observers. – IEEE industrial electronics – 32 Annual Conference – 2006. – pp. 1212–1217.
25. A.G. Loukianov, E.N. Sanchez, R.A. Fellix. Induction motor control using neural networks // 15th Triennial World congress. – Barcelona, Spain. – 2002. – pp. 450–457.
26. K. Yazid, R. Ibtouen, O. Touhami, M. Fadel. Application of EKF to parameters estimation for speed sensorless and neural network control of an induction motor // Proceedings of the 6th WSEAS International conference on power system. – Lisbon, Portugal. – 2006. – pp. 279–283.

27. B. K. Bose. Neural network applications in power electronics and motor drives – An introduction and perspective// IEEE 2007 Transactions on industrial electronics. – February 2007. – vol.54. № 1. –pp. 14–33.
28. S. Mondal, J.O.F. Pinto, B.K. Bose. A neural network based space vector PWM controller for a three-level voltage-fed inverter induction motor drive // IEEE 2002 Transactions on industry applications. – June 2002. – vol.38. –pp. 660–669.
29. B.K. Bose. Artificial neural network applications in power electronics // The 27th Annual conference of the IEEE 2001 industrial electronics society. – 2001. – vol. 5. – pp. 1631 – 1638.
30. W.S. Oh, B.K. Bose, K.M. Cho, H.J. Kim. Self turning controller for induction motor drives // IEEE 2002 28th Annual conference of the industrial electronics society. – 2002. – vol. 1. – pp.152–156.
31. B. Ozpineci, B.K. Bose. Soft-switched performance-enhanced high frequency non-resonant link phase-controlled converter for AC motor drive // IECON'98. Proceeding of the 24th Annual conference of the IEEE. – 1998. – vol.2. – pp.733 – 739.
32. L. Hui, B. Ozpineci, B.K. Bose. A soft-switched high frequency non-resonant link integral pulse modulated DC-AC converter for AC motor drive // IECON'98. Proceeding of the 24th Annual conference of the IEEE. – 1998. – vol.2. – pp.726 – 732.
33. L.E.B. da Silva, B.K. Bose, J.O.P. Pinto. Recurrent-neural-network-based implementation of a programmable cascaded low-pass filter used in stator flux synthesis of vector-controlled induction motor drive // IEEE Transactions on industrial electronics. – 1999. – vol. 46. – pp. 662–665.
34. J. Zhao, B.K. Bose. Neural-network-based waveform processing and delayless filtering in power electronics and AC drives // IEEE Transactions on industrial electronics. – 2004. – vol. 51. – pp. 981–991.
35. M.H. Kim, M.G. Simoes, B.K. Bose. Neural network-based estimation of power electronic waveforms // IEEE Transactions on power electronics. – 1996. – vol.11. – pp. 383 – 389.

36. M.G. Simoes, B.K. Bose. Neural network based estimation of feedback signals for a vector controlled induction motor drive // IEEE Transactions on industry application. – 1995. – vol. 31. – pp. 620–629.
37. B.K. Bose. Intelligent control and estimation in power electronics and drives // IEEE International electric machines and drive conference. – 1997. – vol.10. – pp. 221–226.
38. T.W. Chan, M.K. Choi, B.K. Bose. A novel start-up scheme of stator flux vector controlled induction motor drive with torque jerk // IEEE Industry applications conference. 36 IAS Annual Meeting. – 2001. – vol. 1. – pp. 148–153.
39. M. Jovancovic, M. Zalman, J. Jovankovic. Parameter identification of induction motors by using genetic algorithms // IEEE industrial electronics. – 34 Conference. – pp. 407–415.
40. L. Simon, J.M. Monzon. The finite element method for parametric of a three phase induction machine with genetic algorithms // 11th Spanish Portuguese conference of electrical engineering. – 2002. – pp. 137–143.
41. A.C. Megherbi, H. Megherbi, K. Benmahamed and other. Parameter identification of induction motors using variable-weight cost function of genetic algorithms // Journal of electrical engineering and technology. – 2010. vol. 5, № 4. – pp. 597–605.
42. Егоров В.Н. Динамика систем электропривода / В.Н. Егоров, В.М. Шестаков. Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1983. – 216 с.
43. M. Girrincione, M. Pucci, G. Girrincione, G. Calolino. A new experimental application of least-squares techniques for the estimation of the induction parameters // Journal of electrical engineering and technology. – 2002. – pp. 345–349.
44. Y. Koubaa. Recursive identification of induction motor parameters // Simulation modeling practice and theory. – 2004. – pp. 363–381.
45. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. М.: Высшая школа, 2001. – 327 с.
46. Ключев В.И. Теория электропривода: Учебник. – 3-е изд. – М.: Энергоатомиздат, 2001. – 704 с.

47. Копылов И.П. Проектирование электрических машин / И.П. Копылов и др. М.: Высшая школа, 2002. – 757 с.
48. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии. М. – Л.: Энергия, 1964. 528 с.
49. Сили С. Электромеханическое преобразование энергии /Пер. с англ. М.: Энергия, 1968. 376 с.
50. Герман-Галкин С. Г. Matlab & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК / С.Г. Герман-Галкин. – М.: Корона-Век, 2014. – 368 с.
51. Гашимов М.А. Исследование в целях диагностики физических процессов функционирования электрических машин при неисправностях в обмотке статора и ротора / М.А. Гашимов, С.В. Абдуладзе // Электротехника, 2004. – №2. – С. 20–27.
52. Виноградов А.Б. Адаптивно-векторная система управления бездатчикового электропривода серии ЭПВ / А.Б. Виноградов, И.Ю. Колодин, А.Н. Сибирцев // Силовая электроника. – 2006. – №3. – С. 46–51.
53. Виноградов А.Б. Учет потерь в стали, насыщения и поверхностного эффекта при моделировании динамических процессов в частотно-регулируемом асинхронном электроприводе / А.Б. Виноградов // Электротехника. – 2005. – №5. – С. 57–61.
54. Погодицкий О.В., Малёв Н.А. Проектирование мехатронных систем. В 2 ч. Ч. 1. Анализ и синтез: учебное пособие / О.В. Погодицкий, Н.А. Малёв. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2018. – 312 с.
55. Пятибратов Г.Я., Барыльник Д.В., Сухенко Н.А. Математические модели и идентификация электромеханических систем: учеб. пособие. Новочеркасск: Юж.-Рос. гос. политехн. ун-т (НПИ), 2014. 158 с.
56. Малёв Н.А., Погодицкий О.В., Любарчук Ф.Н. Анализ вариаций параметров асинхронного электромеханического преобразователя по линейному интегральному критерию с применением эталонной модели // Вестник КГЭУ. 2019. № 1. С. 60 – 67.

57. Кудинов, Ю.И. Теория автоматического управления (с использованием MATLAB-SIMULINK): Учебное пособие / Ю.И. Кудинов, Ф.Ф. Пащенко. – СПб.: Лань, 2016. – 256 с.
58. Y. Wang, K. Chu, and T. C. Tsao, “An analysis and synthesis of internal model principle type controllers,” in American Control Conference, 2009. ACC’09, June, 2009, pp. 488–493.
59. J. A. Butterworth, L. Y. Pao, and D. Y. Abramovitch, “Analysis and comparison of three discrete-time feedforward model-inverse control techniques for nonminimum-phase systems, *Mechatronics*, vol. 22, no. 5, pp. 577–587, August 2012.
60. N. Birla, A. Swarup, Optimal preview control: A review, *Optimal Control Applications and Methods* 36 (2) (2015) 241–268.
61. Daniel N. Miller and Raymond A. de Callafon. “Identification of Linear Time-Invariant Systems via Constrained Step-Based Realization”. In: *Proceedings of the 16th IFAC Symposium on System identification*. Brussels, Belgium: IFAC, 2012, to appear.
62. Мелкозеров П. С. Энергетический расчет систем автоматического управления и следящих приводов / П. С. Мелкозеров. – Москва: Энергия, 1968.
63. Литовченко В.В., Малютин А.Ю., Невинский А.В. Анализ работы вспомогательных машин на электровозах переменного тока // *Электроника и электрооборудование транспорта*. 2015. № 1. С. 36–40.
64. Пустоветов М.Ю. Имитационное моделирование вспомогательного асинхронного электропривода электровоза // *Вестник Приамурского государственного университета им. Шолом-Алейхема*. 2015. №2 (19). С. 67–78.
65. Статистический анализ моделей с переменной структурой / С.А. Айвазян, А.Н. Березняцкий, Б.Е. Бродский, Б.С. Дарховский // *Прикладная эконометрика*. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 84–105.
66. Benidris M., Cai N., Mitra J. A fast transient stability screening and ranking tool. *Proceedings of the Power Systems Computation Conference (PSCC’14)*, Wroclaw, Poland, August 2014.

67. Mitra, J., Benidris, M., and Cai, N. Use of homotopy-based approaches in finding Controlling Unstable Equilibrium Points in transient stability analysis. *IEEE Power Systems Computation Conference (PSCC)*, pp. 1–7, June 2016.
68. Oluic, M., Ghandhari, M. and Berggren, B. Methodology for rotor angle transient stability assessment in parameter space. *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 32, No. 2, pp. 1202–1211, May 2016.
69. Kim, S., Overbye, T. J. Mixed transient stability analysis using AC and DC models. *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 31, No. 2, pp. 942–948, March 2016.
70. Илюхин Ю.В. Компьютерное управление мехатронными системами: учебное пособие / Ю.В. Илюхин. – М.: ФГБОУ ВПО МГТУ «Станкин», – 2014. – 320 с.
71. L.-J. Liu, X.-M. Sun, W. Wang, J. Zhou, C.-Y. Wen, "Adaptive backstepping control of uncertain systems in the presence of unmodeled dynamics and time-varying delays", *Proceeding of Sixth International Conference on Information Science and Technology (ICIST)*, pp. 234–240, 6–8 May 2016.
72. M. N. Aydin, R. Coban, «Sliding mode control design and experimental application to an electromechanical plant», *Proceedings of IEEE 57th International Scientific Conference on Power and Electrical Engineering of Riga Technical University (RTUCON2016)*, 2016.
73. S. Akita, T. Higuchi, Y. Yokoi, H. Saikusa, T. Abe, S. Makino, "Experimental Characteristics of a Line-Start Permanent Magnet Motor", *The 19th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS 2016) DS2G-1-17*, 2016.
74. M. Wang, X. Qiu, J. Yang, X. Chen, Y. Dou, "Study on the electromagnetic characteristics of the consequent pole in-wheel motor", *Proc. IEEE Veh. Power Propuls. Conf. (VPPC)*, pp. 1–5, Oct. 2016.
75. G. Long, D. Zhao, X. Ji et al., "Design of a self-tuning speed control for EMA servo system", *Mach. Electron.*, vol. 2, 2015.
76. F. S. Ahmed, S. Laghrouche, M. Harmouche, "Adaptive backstepping output feedback control of DC motor actuator with friction and load uncertainty compensation", *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 25, pp. 1967–1992, September 2015.

77. N. A. Malev, A. I. Mukhametshin and O. V. Pogoditsky. Analysis and Study of the Dynamic Processes of a Permanent Magnet Synchronous Motor with a Wide Range of Parameter Variations Using the Reference Model, *2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon)*, Vladivostok, Russia, 2019, pp. 1-6. Режим доступа: <https://doi.org/10.1109/FarEastCon.2019.8934216>.
78. Методы теории чувствительности в автоматическом управлении / В.Н. Городецкий, Ф.М. Захарин, Е.Н. Розенвассер и др. – Л.: Энергия, 1971. 344 с.
79. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем автоматического управления. – Л.: Энергия, 1969. 208 с.
80. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем управления. – М.: Наука, 1981. 464 с.
81. Томович Р., Вукобратович М. Общая теория чувствительности. – М.: Советское радио, 1972. 200 с.
82. Кислицын А.Л. (ред.) Вопросы теории и проектирования электрических машин. Параметры и характеристики электрических машин в статических и динамических режимах. – Сборник научных трудов. – Ульяновский государственный технический университет, Ульяновск: УлГТУ, 2017. – 304 с.
83. Юсупов Р.М., Костельцев В.И. Возмущения структуры и функции чувствительности математических моделей при их алгоритмизации. Тезисы докладов. Т. 1 (V СПб конференция «Региональная информатика-96»). СПб., 1996.
84. Юсупов Р.М., Громько П.С., Панченко А.Е. Исследование эффективности сложных систем методами теории чувствительности и корреляционного анализа. Вопросы кибернетики. Теория чувствительности и ее применение: Сб. научных трудов, АН СССР, М., 1981.
85. M. Zorzi. Multivariate Spectral Estimation based on the concept of Optimal Prediction, *IEEE Trans. Automat. Control*, 60 (2015), pp. 1647–1652.
86. Гехер К. Теория чувствительности и допусков электронных цепей. М.: Советское радио, 1973. 200 с.

87. Калниболотский Ю.М., Казапджан Н.Н., Нестер В.В. Расчёт чувствительности электронных схем. – Киев: Техника, 1982. 176 с.
88. Райншке К. Модели надёжности и чувствительности систем. – М.: Мир, 1979. 452 с.
89. В. С. Levy and R. Nikoukhah. Robust state-space filtering under incremental model perturbations subject to a relative entropy tolerance, IEEE Trans. Automat. Control, 58 (2013), pp. 682–695.
90. Иванов А.Н., Кузнецов П.М. Идентификация динамических систем на основе нелинейного матричного преобразования Ли // Вестник Уфимского гос. авиационного техн. ун-та. 2014. Т. 18. № 2 (63). С. 237–242.
91. Гарькина И.А., Данилов А.М., Тюкалов Д.Е. Сложные системы: идентификация динамических характеристик, возмущений и помех // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1. Ч. 1. С. 88.
92. Малёв Н.А., Мухаметшин А.И., Погодицкий О.В., Городнов А.Г. Экспериментально-аналитическая идентификация математической модели электромеханического преобразователя постоянного тока с применением метода наименьших квадратов. Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2019, № 21(4). – С. 113–122.
93. Малёв Н.А., Погодицкий О.В., Цветкович А.М. Особенности применения теории чувствительности для анализа влияния параметрических возмущений на динамические свойства электромеханических преобразователей. Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2019, № 21(6). – С. 101–110.
94. Малёв Н.А., Погодицкий О.В. Статистический анализ динамических характеристик асинхронного электромеханического преобразователя с изменяющимися параметрами. Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2019, № 21(1-20). – С. 120–130.
95. Фуртат И.Б. Динамическая компенсация возмущений в условии насыщения сигнала управления // Управление большими системами. – 2017. – Вып. 65. – С. 24–40.

96. Furtat I., Fradkov A., Tsykunov A. Robust synchronization of linear dynamical systems with compensation of disturbances // *Int. J. Robust and Nonlinear Control*. – 2014. – Vol. 24. – № 17. – P. 2774–2784.
97. Поляк Б.Т., Тремба А.А., Хлебников М.В., Щербаков П.С., Смирнов Г.В. Большие отклонения в линейных системах при ненулевых начальных условиях // *Автоматика и телемеханика*. – 2015. – № 6. – С. 18–41.
98. Кузнецов Б.И., Никитина Т.Б., Коломиец В.В., Хоменко В.В. Исследование влияния нелинейностей и вариации параметров объекта управления на динамические характеристики электромеханических следящих систем // *Вісник НТУ «ХП»*. – 2015. – № 12 (1121). – С. 68–71.
99. Ивашин В.В., Пенчев В.П. Особенности динамики работы и энергетических диаграмм импульсного электромагнитного привода при параллельном и последовательном соединении обмоток возбуждения // *Электротехника*. – 2013. – № 6. – С. 42–46.
100. Pabitra Kumar Behera, Manoj Kumar Behera, Amit Kumar Sahoo. Speed Control of Induction Motor using Scalar Control Technique // *International Journal of Computer Applications. Proceedings on International Conference on Emergent Trends in Computing and Communication ETCC*. – 2014. – № 1. – pp. 37–39.
101. Rojas-Moreno A. Parameter extraction of an induction motor with gearbox for dynamic simulation // *2016 IEEE ANDESCON*. – 2016. – pp. 1–4.
102. Pradeep Kumar, Mandeep Kumar, Surender Dahiya. Sensor Less Speed Control of PMSM using SVPWM Technique Based on MRAS Method for Various Speed and Load Variations // *Proceedings of the World Congress on Engineering, July*. – 2015. – pp. 198–204.
103. Малёв Н.А., Погодицкий О.В., Андреев Н.К. Контроль качества функционирования электроприводов с цифро-аналоговым управлением. *Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики*. 2006, №1-2. – С. 60-64.
104. Малёв Н.А., Маямсина Д.Г. Синтез градиентной системы управления с настраиваемой моделью объекта. *Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики*. 2013, №11-12. – С. 84-90.

105. N.A. Malev, A.I. Mukhametshin, O.V. Pogoditsky and W.M. Mwakw. Method of analysis and monitoring of the electromechanical converters parameters based on a linear integral criterion using sensitivity models. *International Scientific and Technical Conference Smart Energy Systems 2019 (SES-2019)*, vol. 124.
106. Матвеева О. Л., Селиверов Д. И. Современные электродвигатели для стрелочных приводов [Текст] // *Актуальные вопросы технических наук: материалы II Междунар. науч. конф. (г. Пермь, февраль 2013 г.)*. – Пермь: Меркурий, 2013. – С. 102–104.
107. Smedley Trevor J., Cox Philip T. Visual Languages for the Design and Development of Structured Objects // *Journal of Visual Languages and Computing*. – VLC. 1997. Vol. 8, № 1. P. 57–84.
108. Meurice, L. Nagy, C. Cleve, A. Static analysis of dynamic database usage in Java systems. In: Nurcan, S. Soffer, P. Bajes, M. Eder, J. (eds.) *CAiSE 2016*. LNCS, vol. 9694, pp. 491 – 506. Springer, Cham (2016).
109. Бориско С. Н., Кислов О. В., Кобзарь А. А., Литвинов С. П., Ребриков Г. И. Анализ результатов обработки информационных сигналов с частотой модуляции, близкой к частоте Найквиста. // *Двойные технологии*. – ЗАО "Передовые специальные технологии и материалы", № 1, 2019, с.53–56.
110. Коугия В.А. Избранные труды. Исследования по теории математической обработки результатов измерений: монография. – СПб.: ПГУПС, 2012. – 447 с.
111. B. Rashidi, M. Esmailpour, M.R. Homaeinezhad, "Precise angular speed control of permanent magnet DC motors in presence of high modeling uncertainties via sliding mode observer-based model reference adaptive algorithm", *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 28, pp. 79-95, 2015.
112. H.H. Pan, W.C. Sun, H.J. Gao, "Disturbance observer-based adaptive tracking control with actuator saturation and its application", *IEEE Trans. Autom. Sci. Eng.*, vol. 13, no. 2, pp. 868-875, 2016.

113. M.A. Khanesar, Y. Oniz, O. Kaynak et al., "Direct model reference adaptive fuzzy control of networked SISO nonlinear systems", *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 21, no. 1, pp. 205-213, 2016.
114. Kim, S., Overbye, T. J. Mixed transient stability analysis using AC and DC models. *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 31, No. 2, pp. 942–948, March 2016.
115. Крейнделин В.Б., Григорьева Е.Д. Развитие метода билинейного преобразования для синтеза цифровых фильтров. Материалы МНТК «INTERMATIC-2017» Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 20–24 ноября 2017 г. Москва. В сборнике: Информационные технологии и телекоммуникации. С. 1183–1185.
116. Малёв Н.А., Погодицкий О.В., Малацион А.С. Метод формирования  $Q$ -таблиц для автоматизированного контроля параметров электромеханических преобразователей с применением линейного интегрального критерия. *Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики*. 2020, № 22(2). – С. 86-97.
117. N. A. Malev and O. V. Pogoditsky, «Synthesis of the measuring circuit regulator automatic compensator for the measurement of thermal electromotive force», *2016 13th International Scientific-Technical Conference on Actual Problems of Electronics Instrument Engineering (APEIE)*, Novosibirsk, 2016, pp. 1-5. Режим доступа: <https://doi.org/10.1109/APEIE.2016.7806993>.
118. Малёв Н.А., Погодицкий О.В. Исследование и синтез модального регулятора двухмассовой электромеханической системы механизма подъема крана. *Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики*. 2018, № 20(7-8). – С. 99-106.
119. Kwaha B.J., Kolawole E.A., Batu A.M. The design and implementation of a digital infinite impulse response (IIR) lowpass Butterworth filter – A comparison of Matlab and Bilinear transformation methods // *Indian Journal of Science and Technology*. Vol. 4. № 4 (April 2011), pp. 451–455.

120. Зиатдинов С. И., Аграновский А. В., Осипов Л. А. Синтез комплексного фильтра с заданной передаточной функцией // Изв. вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59. № 7. С. 542–546.
121. Омельченко Е.Я., Танич В.О., Маклаков А.С., Карякина Е.А. Краткий обзор и перспективы применения микропроцессорной платформы Arduino. – Магнитогорск: ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова». Электротехнические системы и комплексы, 2017. – С. 28–33.
122. Milan Matijevic, and Vladimir Cvjetkovic, «Overview of architectures with Arduino boards as building blocks for data acquisition and control systems» in Remote Engineering and Virtual Instrumentation (REV), 2016 International Conference on, pp. 56–63, 2016.
123. Неймарк Ю.И. Синтез и функциональные возможности квазиинвариантного управления // Автоматика и телемеханика. 2008. № 10. С. 48–56.
124. Штейнберг Ш.Е. Настройка и адаптация автоматических регуляторов. Инструментальный комплект программ / Ш.Е. Штейнберг, И.Е. Залуцкий, Л.П. Сережин // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2003. – № 10. – С. 43–47.
125. Ramirez A., Garrido R., Mondié S. Integral Retarded Control Velocity Control of DC Servomotors, in IFAC TDS Workshop (Grenoble, France. 2013). Grenoble, 2013. P. 558–563.
126. Kuhn Max and Kjell Johnson. “Applied predictive modeling”. Vol. 26. New York: Springer, 2013.

## **ПРИЛОЖЕНИЯ**

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Листинг программы вычисления функций чувствительности АЭМП для выходной координаты  $M$

```

Fx=[((4*L12^2/(L1*L2-L12^2)^2)+2/(L1*L2-L12^2))*(-0.6934*0.6921+0.7077*0.6782);
0;
0;
(-2*L2*L12/(L1*L2-L12^2)^2)*(-0.6934*0.6921+0.7077*0.6782);
(2*L1*L12/(L1*L2-L12^2)^2)*(-0.6934*0.6921+0.7077*0.6782)];
AxL12=[-R1*L2/(L1*L2-L12^2) 314 R1*L12/(L1*L2-L12^2) 0;
-314 -R1*L2/(L1*L2-L12^2) 0 R1*L12/(L1*L2-L12^2);
R2*L12/(L1*L2-L12^2) 0 -R2*L1/(L1*L2-L12^2) 7;
0 R2*L12/(L1*L2-L12^2) -7 -R2*L1/(L1*L2-L12^2)];
BxL12=[-2*R2*L1*L12/(L1*L2-L12^2)^2 0 (R1/(L1*L2-L12^2))+
(2*R1*L2*L12^2/(L1*L2-L12^2)^2) 0;
0 -2*R1*L2*L12/(L1*L2-L12^2)^2 0 (R1/(L1*L2-L12^2))+
(2*R1*L2*L12^2/(L1*L2-L12^2)^2);
(R2/(L1*L2-L12^2))+
(2*R2*L12^2/(L1*L2-L12^2)^2) 0 -2*R2*L1*L12/(L1*L2-L12^2)^2 0;
0 (R2/(L1*L2-L12^2))+
(2*R2*L12^2/(L1*L2-L12^2)^2) 0 -2*R2*L1*L12/(L1*L2-L12^2)^2];
CxL12=[0.6782*2*L12/(L1*L2-L12^2) 0.6921*2*L12/(L1*L2-L12^2) -0.6934*2*L12/(L1*L2-
L12^2) -0.7077*2*L12/(L1*L2-L12^2)];
AxL1=[-R1*L2/(L1*L2-L12^2) 314 R1*L12/(L1*L2-L12^2) 0;
-314 -R1*L2/(L1*L2-L12^2) 0 R1*L12/(L1*L2-L12^2);
R2*L12/(L1*L2-L12^2) 0 -R2*L1/(L1*L2-L12^2) 7;
0 R2*L12/(L1*L2-L12^2) -7 -R2*L1/(L1*L2-L12^2)];
BxL1=[R1*L2^2/(L1*L2-L12^2)^2 0 -(R1*L12*L2/(L1*L2-L12^2)^2) 0;
0 R1*L2^2/(L1*L2-L12^2)^2 0 -(R1*L12*L2/(L1*L2-L12^2)^2);
-(R2*L12*L2/(L1*L2-L12^2)^2) 0 R2*L1*L2/(L1*L2-L12^2)^2 0;
0 -R2*L12*L2/(L1*L2-L12^2)^2 0 R2*L1*L2/(L1*L2-L12^2)^2];
CxL1=[0.6782*2*L12/(L1*L2-L12^2) 0.6921*2*L12/(L1*L2-L12^2)
-0.6934*2*L12/(L1*L2-L12^2) -0.7077*2*L12/(L1*L2-L12^2)];
AxL2=[-R1*L2/(L1*L2-L12^2) 314 R1*L12/(L1*L2-L12^2) 0;
-314 -R1*L2/(L1*L2-L12^2) 0 R1*L12/(L1*L2-L12^2);
R2*L12/(L1*L2-L12^2) 0 -R2*L1/(L1*L2-L12^2) 7;
0 R2*L12/(L1*L2-L12^2) -7 -R2*L1/(L1*L2-L12^2)];
BxL2=[R1*L2*L1/(L1*L2-L12^2)^2 0 -(R1*L12*L1/(L1*L2-L12^2)^2) 0;

```

$$\begin{aligned}
& 0 \quad R1*L2*L1/(L1*L2-L12^2)^2 \quad 0 \quad -(R1*L12*L1/(L1*L2-L12^2)^2); \\
& -(R2*L12*L1/(L1*L2-L12^2)^2) \quad 0 \quad R2*L1^2/(L1*L2-L12^2)^2 \quad 0; \\
& 0 \quad -R2*L12*L1/(L1*L2-L12^2)^2 \quad 0 \quad R2*L1^2/(L1*L2-L12^2)^2]; \\
C_xL2 = & [0.6782*2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0.6921*2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad -0.6934*2*L12/(L1*L2- \\
& L12^2) \quad -0.7077*2*L12/(L1*L2-L12^2)]; \\
A_xR1 = & [-R1*L2/(L1*L2-L12^2) \quad 314 \quad R1*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0; \\
& -314 \quad -R1*L2/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad R1*L12/(L1*L2-L12^2); \\
& R2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad -R2*L1/(L1*L2-L12^2) \quad 7; \\
& 0 \quad R2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad -7 \quad -R2*L1/(L1*L2-L12^2)]; \\
B_xR1 = & [-L2/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0; \\
& 0 \quad -L2/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad L12/(L1*L2-L12^2); \\
& 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
& 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]; \\
C_xR1 = & [0.6782*2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0.6921*2*L12/(L1*L2-L12^2) \\
& -0.6934*2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad -0.7077*2*L12/(L1*L2-L12^2)]; \\
A_xR2 = & [-R1*L2/(L1*L2-L12^2) \quad 314 \quad R1*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0; \\
& -314 \quad -R1*L2/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad R1*L12/(L1*L2-L12^2); \\
& R2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad -R2*L1/(L1*L2-L12^2) \quad 7; \\
& 0 \quad R2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad -7 \quad -R2*L1/(L1*L2-L12^2)]; \\
B_xR2 = & [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
& 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
& L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad -L1/(L1*L2-L12^2) \quad 0; \\
& 0 \quad L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad -L1/(L1*L2-L12^2)]; \\
C_xR2 = & [0.6782*2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0.6921*2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad -0.6934*2*L12/(L1*L2- \\
& L12^2) \quad -0.7077*2*L12/(L1*L2-L12^2)];
\end{aligned}$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Листинг программы вычисления функций чувствительности АЭМП для выходной координаты  $\omega$

```

Fx=[(2*(L1*L2+L12^2)/J*(L1*L2-L12^2)^2)*(-0.6934*0.6921+0.7077*0.6782);
(-2*L2*L12/J*(L1*L2-L12^2)^2)*(-0.6934*0.6921+0.7077*0.6782);
(-2*L1*L12/J*(L1*L2-L12^2)^2)*(-0.6934*0.6921+0.7077*0.6782);
0;
0;
(2*L12/J^2*(L1*L2-L12^2))*(-0.6934*0.6921+0.7077*0.6782)];
AxL12=[-R1*L2/(L1*L2-L12^2)  314  R1*L12/(L1*L2-L12^2)  0;
-314  -R1*L2/(L1*L2-L12^2)  0  R1*L12/(L1*L2-L12^2);
R2*L12/(L1*L2-L12^2)  0  -R2*L1/(L1*L2-L12^2)  7;
0  R2*L12/(L1*L2-L12^2)  -7  -R2*L1/(L1*L2-L12^2)];
BxL12=[-2*R2*L1*L12/(L1*L2-L12^2)^2  0  (R1/(L1*L2-L12^2))+(2*R1*L2*L12^2/(L1*L2-
L12^2)^2)  0;
0  -2*R1*L2*L12/(L1*L2-L12^2)^2  0  (R1/(L1*L2-L12^2))+(2*R1*L2*L12^2/(L1*L2-L12^2)^2);
(R2/(L1*L2-L12^2))+(2*R2*L12^2/(L1*L2-L12^2)^2)  0  -2*R2*L1*L12/(L1*L2-L12^2)^2  0;
0  (R2/(L1*L2-L12^2))+(2*R2*L12^2/(L1*L2-L12^2)^2)  0  -2*R2*L1*L12/(L1*L2-L12^2)^2];
CxL12=[0.6782*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)  0.6921*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)
-0.6934*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) -0.7077*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)];
AxL1=[-R1*L2/(L1*L2-L12^2)  314  R1*L12/(L1*L2-L12^2)  0;
-314  -R1*L2/(L1*L2-L12^2)  0  R1*L12/(L1*L2-L12^2);
R2*L12/(L1*L2-L12^2)  0  -R2*L1/(L1*L2-L12^2)  7;
0  R2*L12/(L1*L2-L12^2)  -7  -R2*L1/(L1*L2-L12^2)];
BxL1=[R1*L2^2/(L1*L2-L12^2)^2  0  -(R1*L12*L2/(L1*L2-L12^2)^2)  0;
0  R1*L2^2/(L1*L2-L12^2)^2  0  -(R1*L12*L2/(L1*L2-L12^2)^2);
-(R2*L12*L2/(L1*L2-L12^2)^2)  0  R2*L1*L2/(L1*L2-L12^2)^2  0;
0  -R2*L12*L2/(L1*L2-L12^2)^2  0  R2*L1*L2/(L1*L2-L12^2)^2];
CxL1=[0.6782*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)  0.6921*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)
-0.6934*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) -0.7077*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)];
AxL2=[-R1*L2/(L1*L2-L12^2)  314  R1*L12/(L1*L2-L12^2)  0;
-314  -R1*L2/(L1*L2-L12^2)  0  R1*L12/(L1*L2-L12^2);
R2*L12/(L1*L2-L12^2)  0  -R2*L1/(L1*L2-L12^2)  7;
0  R2*L12/(L1*L2-L12^2)  -7  -R2*L1/(L1*L2-L12^2)];

```

$$\begin{aligned}
B_{xL2} &= [R1*L2*L1/(L1*L2-L12^2)^2 \quad 0 \quad -(R1*L12*L1/(L1*L2-L12^2)^2) \quad 0; \\
&0 \quad R1*L2*L1/(L1*L2-L12^2)^2 \quad 0 \quad -(R1*L12*L1/(L1*L2-L12^2)^2); \\
&-(R2*L12*L1/(L1*L2-L12^2)^2) \quad 0 \quad R2*L1^2/(L1*L2-L12^2)^2 \quad 0; \\
&0 \quad -R2*L12*L1/(L1*L2-L12^2)^2 \quad 0 \quad R2*L1^2/(L1*L2-L12^2)^2]; \\
C_{xL2} &= [0.6782*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) \quad 0.6921*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) \\
&-0.6934*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) -0.7077*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)]; \\
A_{xR1} &= [-R1*L2/(L1*L2-L12^2) \quad 314 \quad R1*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0; \\
&-314 \quad -R1*L2/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad R1*L12/(L1*L2-L12^2); \\
&R2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad -R2*L1/(L1*L2-L12^2) \quad 7; \\
&0 \quad R2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad -7 \quad -R2*L1/(L1*L2-L12^2)]; \\
B_{xR1} &= [-L2/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0; \\
&0 \quad -L2/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad L12/(L1*L2-L12^2); \\
&0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
&0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]; \\
C_{xR1} &= [0.6782*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) \quad 0.6921*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) \\
&-0.6934*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) -0.7077*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)]; \\
A_{xR2} &= [-R1*L2/(L1*L2-L12^2) \quad 314 \quad R1*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0; \\
&-314 \quad -R1*L2/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad R1*L12/(L1*L2-L12^2); \\
&R2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad -R2*L1/(L1*L2-L12^2) \quad 7; \\
&0 \quad R2*L12/(L1*L2-L12^2) \quad -7 \quad -R2*L1/(L1*L2-L12^2)]; \\
B_{xR2} &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
&0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
&L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad -L1/(L1*L2-L12^2) \quad 0; \\
&0 \quad L12/(L1*L2-L12^2) \quad 0 \quad -L1/(L1*L2-L12^2)]; \\
C_{xR2} &= [0.6782*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) \quad 0.6921*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) \\
&-0.6934*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) -0.7077*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)]; \\
A_{xJ} &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
&0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
&0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]; \\
B_{xJ} &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
&0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
&0 \quad 0 \quad 0 \quad 0; \\
&0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]; \\
C_{xJ} &= [0.6782*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) \quad 0.6921*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) \\
&-0.6934*2*L12/J*(L1*L2-L12^2) -0.7077*2*L12/J*(L1*L2-L12^2)];
\end{aligned}$$

**ПРИЛОЖЕНИЕ 3**

Листинг программы для уменьшения строк экспериментальных данных в Excel

```
Sub Delete_Every_Row()  
Y = False  
I = 1  
Set xRng = Selection  
For xCounter = 1 To xRng.Rows.Count  
If Y = True Then  
xRng.Cells(I).EntireRow.Delete  
Else  
I = I + 1  
End If  
Y = Not Y  
Next xCounter  
End Sub
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Результаты вычисления  $Q_{\Sigma} = Q(R_a, L_a, J)$ 

Таблица П.4

№	$R_{a, var}$ , Ом	$L_{a, var}$ , Гн	$J_{var}$ , кг·м <sup>2</sup>	$Q_{\Sigma} = Q(R_a, L_a, J)$
1	5,15	0,0103	0,00002516	0
2	5,15	0,0103	0,000026418	1,112
3	5,15	0,0103	0,000027676	1,908
4	5,15	0,0103	0,000028934	2,437
5	5,15	0,0103	0,000030192	2,738
6	5,15	0,010815	0,00002516	0,6825
7	5,15	0,010815	0,000026418	1,781
8	5,15	0,010815	0,000027676	2,653
9	5,15	0,010815	0,000028934	3,075
10	5,15	0,010815	0,000030192	3,36
11	5,15	0,01133	0,00002516	1,375
12	5,15	0,01133	0,000026418	2,46
13	5,15	0,01133	0,000027676	3,225
14	5,15	0,01133	0,000028934	3,721
15	5,15	0,01133	0,000030192	3,988
16	5,15	0,011845	0,00002516	2,078
17	5,15	0,011845	0,000026418	3,147
18	5,15	0,011845	0,000027676	3,896
19	5,15	0,011845	0,000028934	4,374
20	5,15	0,011845	0,000030192	4,623
21	5,15	0,01236	0,00002516	2,79
22	5,15	0,01236	0,000026418	3,843
23	5,15	0,01236	0,000027676	4,574
24	5,15	0,01236	0,000028934	5,034
25	5,15	0,01236	0,000030192	5,264
26	5,4075	0,0103	0,00002516	0,4833
27	5,4075	0,0103	0,000026418	1,326
28	5,4075	0,0103	0,000027676	1,878
29	5,4075	0,0103	0,000028934	2,182
30	5,4075	0,0103	0,000030192	2,279

31	5,4075	0,010815	0,00002516	1,112
32	5,4075	0,010815	0,000026418	1,941
33	5,4075	0,010815	0,000027676	2,476
34	5,4075	0,010815	0,000028934	2,765
35	5,4075	0,010815	0,000030192	2,846
36	5,4075	0,01133	0,00002516	1,749
37	5,4075	0,01133	0,000026418	2,563
38	5,4075	0,01133	0,000027676	3,083
39	5,4075	0,01133	0,000028934	3,355
40	5,4075	0,01133	0,000030192	3,419
41	5,4075	0,011845	0,00002516	2,395
42	5,4075	0,011845	0,000026418	3,193
43	5,4075	0,011845	0,000027676	3,696
44	5,4075	0,011845	0,000028934	3,951
45	5,4075	0,011845	0,000030192	3,999
46	5,4075	0,01236	0,00002516	3,048
47	5,4075	0,01236	0,000026418	3,83
48	5,4075	0,01236	0,000027676	4,315
49	5,4075	0,01236	0,000028934	4,552
50	5,4075	0,01236	0,000030192	4,581
51	5,665	0,0103	0,00002516	0,7416
52	5,665	0,0103	0,000026418	1,34
53	5,665	0,0103	0,000027676	1,668
54	5,665	0,0103	0,000028934	1,77
55	5,665	0,0103	0,000030192	1,684
56	5,665	0,010815	0,00002516	1,321
57	5,665	0,010815	0,000026418	1,905
58	5,665	0,010815	0,000027676	2,218
59	5,665	0,010815	0,000028934	2,305
60	5,665	0,010815	0,000030192	2,202
61	5,665	0,01133	0,00002516	1,908
62	5,665	0,01133	0,000026418	2,476
63	5,665	0,01133	0,000027676	2,774
64	5,665	0,01133	0,000028934	2,845

65	5,665	0,01133	0,000030192	2,726
66	5,665	0,011845	0,00002516	2,503
67	5,665	0,011845	0,000026418	3,055
68	5,665	0,011845	0,000027676	3,336
69	5,665	0,011845	0,000028934	3,39
70	5,665	0,011845	0,000030192	3,254
71	5,665	0,01236	0,00002516	3,104
72	5,665	0,01236	0,000026418	3,64
73	5,665	0,01236	0,000027676	3,903
74	5,665	0,01236	0,000028934	3,94
75	5,665	0,01236	0,000030192	3,787
76	5,9225	0,0103	0,00002516	0,8105
77	5,9225	0,0103	0,000026418	1,185
78	5,9225	0,0103	0,000027676	1,31
79	5,9225	0,0103	0,000028934	1,23
80	5,9225	0,0103	0,000030192	0,9776
81	5,9225	0,010815	0,00002516	1,346
82	5,9225	0,010815	0,000026418	1,706
83	5,9225	0,010815	0,000027676	1,816
84	5,9225	0,010815	0,000028934	1,721
85	5,9225	0,010815	0,000030192	1,453
86	5,9225	0,01133	0,00002516	1,888
87	5,9225	0,01133	0,000026418	2,233
88	5,9225	0,01133	0,000027676	2,328
89	5,9225	0,01133	0,000028934	2,216
90	5,9225	0,01133	0,000030192	1,933
91	5,9225	0,011845	0,00002516	2,437
92	5,9225	0,011845	0,000026418	2,765
93	5,9225	0,011845	0,000027676	2,845
94	5,9225	0,011845	0,000028934	2,716
95	5,9225	0,011845	0,000030192	2,418
96	5,9225	0,01236	0,00002516	2,991
97	5,9225	0,01236	0,000026418	3,303
98	5,9225	0,01236	0,000027676	3,366

99	5,9225	0,01236	0,000028934	3,221
100	5,9225	0,01236	0,000030192	2,906
101	6,18	0,0103	0,00002516	0,7203
102	6,18	0,0103	0,000026418	0,8899
103	6,18	0,0103	0,000027676	0,8315
104	6,18	0,0103	0,000028934	0,5848
105	6,18	0,0103	0,000030192	0,1836
106	6,18	0,010815	0,00002516	1,216
107	6,18	0,010815	0,000026418	1,371
108	6,18	0,010815	0,000027676	1,298
109	6,18	0,010815	0,000028934	1,037
110	6,18	0,010815	0,000030192	0,6211
111	6,18	0,01133	0,00002516	1,718
112	6,18	0,01133	0,000026418	1,858
113	6,18	0,01133	0,000027676	1,77
114	6,18	0,01133	0,000028934	1,493
115	6,18	0,01133	0,000030192	1,063
116	6,18	0,011845	0,00002516	2,225
117	6,18	0,011845	0,000026418	2,35
118	6,18	0,011845	0,000027676	2,246
119	6,18	0,011845	0,000028934	1,954
120	6,18	0,011845	0,000030192	1,508
121	6,18	0,01236	0,00002516	2,738
122	6,18	0,01236	0,000026418	2,846
123	6,18	0,01236	0,000027676	2,726
124	6,18	0,01236	0,000028934	2,418
125	6,18	0,01236	0,000030192	1,956

**ПРИЛОЖЕНИЕ 5**

Листинг программы для автоматизации построения  $Q$ -таблиц

```
Sub program()
av = InputBox("Введите напряжение питания ДПТ")
fd = InputBox("Введите частоту дискретизации")
T = 1 / fd
x1 = 0
x2 = 0
x3 = 0
x4 = 0
x1r = 0
x2r = 0
x1e = 0
x2e = 0
x1l = 0
x2l = 0
x3l = 0
x4l = 0
x1j = 0
x2j = 0
x3j = 0
x4j = 0
p1 = 0
p1e = 0
p1r = 0
p1l = 0
p1j = 0
uj = 0
ux = 0
ul = 0
ue = 0
integralr = 0
Delta = 0
Pr = 0
```

b0 = -2.54229108616055 / 100000  
b1 = -5.08458217272079 / 100000  
b2 = 1.77635683940025 \* 0.0000000000000001  
b3 = 5.08458217240992 / 100000  
b4 = 2.54229108624937 / 100000  
d3 = -3.76051204265885  
d2 = 5.29881521017137  
d1 = -3.31574211381165  
d0 = 0.777441109220655  
b0e = 5.83645205229688E-04  
b1e = 1.16729041045915E-03  
b2e = 5.83645205229577E-04  
d0e = 0.881740511527039  
d1e = -1.88026972560986  
d2e = 1  
b0r = 4.83645205229688E-04  
b1r = 1.16729041045915E-03  
b2r = 5.83645205229577E-04  
d0r = 0.881740511527039  
d1r = -1.88026972560986  
d2r = 1  
b4l = 5.08458217249664E-02  
b3l = -1.33226762955019 / 1E+15  
b2l = -0.10169164344993  
b1l = -8.88178419700125 / 1E+16  
b0l = 5.08458217249661E-02  
d0l = 0.777441109220655  
d1l = -3.31574211381165  
d2l = 5.29881521017137  
d3l = -3.76051204265885  
b0j = 2.18909973513736E-02  
b1j = -2.93711009357134E-03  
b2j = -4.67191047963027E-02  
b3j = 2.93711009356334E-03  
b4j = 2.48281074449375E-02

$$d0j = 0.777441109220655$$

$$d1j = -3.31574211381165$$

$$d2j = 5.29881521017137$$

$$d3j = -3.76051204265885$$

For n = 1 To 1000

$$p1 = x4 * (-d3) + x3 * (-d2) + x2 * (-d1) + x1 * (-d0) + av$$

$$ux = p1 * b4 + x4 * b3 + x3 * b2 + x2 * b1 + x1 * b0$$

$$x1 = x2$$

$$x2 = x3$$

$$x3 = x4$$

$$x4 = p1$$

$$\text{Cells}(1, n) = n$$

$$\text{Cells}(2, n) = ux$$

$$p11 = x41 * (-d31) + x31 * (-d21) + x21 * (-d11) + x11 * (-d01) + av$$

$$ul = p11 * b41 + x41 * b31 + x31 * b21 + x21 * b11 + x11 * b01$$

$$x11 = x21$$

$$x21 = x31$$

$$x31 = x41$$

$$x41 = p11$$

$$\text{Cells}(3, n) = ul$$

$$p1j = x4j * (-d3j) + x3j * (-d2j) + x2j * (-d1j) + x1j * (-d0j) + av$$

$$uj = p1j * b4j + x4j * b3j + x3j * b2j + x2j * b1j + x1j * b0j$$

$$x1j = x2j$$

$$x2j = x3j$$

$$x3j = x4j$$

$$x4j = p1j$$

$$\text{Cells}(4, n) = uj$$

$$p1e = x1e * (-d1e) + x2e * (-d0e) + av$$

$$ue = p1e * (b2e) + x1e * (b1e) + x2e * (b0e)$$

$$x2e = x1e$$

$$x1e = p1e$$

$$\text{Cells}(5, n) = ue$$

$$p1r = x1r * (-d1r) + x2r * (-d0r) + av$$

$$ur = p1r * (b2r) + x1r * (b1r) + x2r * (b0r)$$

$$x2r = x1r$$

```
x1r = p1r  
Cells(10, n) = ur  
Delta = ur - ue  
Pr = Delta * ux * ul * uj  
Cells(11, n) = Pr  
integralr = integralr + (T / 2) * (xin1 + xin2)  
xin2 = xin1  
xin1 = Pr  
Cells(6, n) = integralr  
Next n  
End Sub
```

**ПРИЛОЖЕНИЕ 6**

Листинг программы для исключения неопределенности при построении  $Q$ -таблиц

```
Sub program2()
Dim A As Double
Dim B As Double
Dim C As Double
Dim L As Double
Dim J As Double
i = 2
Do
A = Cells(i, 1)
B = Cells(i + 1, 1)
If A = B Then B = B + 0.00001
If B <> 0 Then Cells(i + 1, 1) = B
L = Cells(i, 3)
L = L ^ (-1)
Cells(i, 3) = L
J = Cells(i, 4)
J = J ^ (-1)
Cells(i, 4) = J
i = i + 1
C = Cells(i, 1)
Loop While C > 0
End Sub
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ 7

ООО «Стэк Мастер»  
420061, Республика Татарстан,  
г. Казань, ул. Космонавтов, д. 39 "Б", офис 5



www.stekmaster.ru  
e-mail: kazan@stekmaster.ru  
Тел: +7 (843) 210-22-88

Автоматизация технологических процессов. Проектирование. Производство. Монтаж. Сервис.

Исх. № 170 от. 17.09.2020



УТВЕРЖДАЮ

Технический директор  
ООО «Стэк Мастер»  
Гаврилин Д.А.  
Дата: 17 сентября 2020 г.

### АКТ

о внедрении (использовании) результатов  
кандидатской диссертационной работы  
Малёва Николая Анатольевича

Комиссия в составе:

Председатель: Гаврилин Дмитрий Александрович,

Члены комиссии: Кормильцев Дмитрий Анатольевич, Малацион Алексей Сергеевич

составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы «Разработка метода автоматизированного многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей с применением градиентного алгоритма вычисления оценок параметров», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.09.01 «Электромеханика и электрические аппараты» используются в деятельности ООО «Стэк Мастер» для определения отклонений параметров электрических машин в системе «преобразователь частоты – двигатель» на этапе опытно-конструкторских испытаний.

Председатель комиссии:

Технический директор  
Гаврилин Д.А.

Члены комиссии:

Главный инженер

Кормильцев Д.А.

Начальник отдела автоматизации, к.т.н.

Малацион А.С.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 8



013871

02.10.20 № КСМ-1-112 АУ.

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

О результатах

диссертационной работы

## АКТ

## о внедрении результатов диссертационной работы

Малёва Николая Анатольевича

Комиссия в составе:

Председатель: Начальник электрического цеха – С.Г. Черепанов,

Члены комиссии: Заместитель начальника электрического цеха – Б.Г. Салахутдинов;

Инженер электрического цеха – А.О. Горбунов.

составили настоящий акт о том, что результаты диссертационной работы «Разработка метода автоматизированного многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей с применением градиентного алгоритма вычисления оценок параметров», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.09.01 «Электромеханика и электрические аппараты» используются в деятельности электрического цеха Казанской ТЭЦ-1 на этапе послеремонтных испытаний электромеханических преобразователей в целях контроля качества ремонтных работ путем проверки соответствия параметров электрических машин требуемым значениям.

Председатель комиссии: \_\_\_\_\_ С.Г. Черепанов

Члены комиссии: \_\_\_\_\_ Б.Г. Салахутдинов

\_\_\_\_\_ А.О. Горбунов

Черепанов, (843) 202-48-73

## КАЗАНСКАЯ ТЭЦ-1

ФИЛИАЛ АО «ТАТЭНЕРГО» ул.Тукая, д. 125, г. Казань, Республика Татарстан, индекс 420054  
 «ТАТЭНЕРГО» АЖ ФИЛИАЛЫ Тукай ур., 125 нче йорт, Казан шәһәре, Татарстан Республикасы, индекс 420054  
 +7 843 202-48-59, +7 843 202-47-65 (факс) E-mail: office@ktec1.tatenergo.ru www.tatenergo.ru  
 ИНН 1657036630, КПП 165902001, Р/сч 40702810600470002634 в Ф-ле Банка ГПБ (АО) в г. Казани к/сч 30101810100000000734 БИК 049205734

## ПРИЛОЖЕНИЕ 9



КГУ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
"КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"  
(ФГБОУ ВО «КГУ»)



**УТВЕРЖДАЮ**

Первый проректор – проректор  
по учебной работе

\_\_\_\_\_  
Леонтьев А.В.

АКГ

об использовании результатов кандидатской диссертации  
Малёва Николая Анатольевича в учебном процессе  
кафедры «Приборостроение и мехатроника»

Настоящим актом подтверждается, что результаты диссертационной работы Малёва Николая Анатольевича «Разработка метода автоматизированного многопараметрического анализа и контроля функционирования электромеханических преобразователей с применением градиентного алгоритма вычисления оценок параметров» на соискание ученой степени кандидата технических наук внедрены в учебный процесс кафедры «Приборостроение и мехатроника».

Реализованные в программной среде MatLab алгоритмы решения задач синтеза цифровых фильтров и исследования чувствительности динамических моделей ЭМП к вариациям нестабильных параметров, представленные в диссертационной работе, позволяют применять полученные результаты исследований при построении микропроцессорных измерительных систем и систем управления электроприводов.

Данные алгоритмы используются в учебном процессе при подготовке магистров по направлениям 12.04.01 «Приборостроение» магистерской программы «Микропроцессорная техника и программное обеспечение измерений» и 13.04.02 «Электроэнергетика и электротехника» магистерской программы «Электроприводы и системы управления электроприводов».

Заведующий кафедрой  
«Приборостроение и мехатроника»

\_\_\_\_\_  
Козелков О.В.

Директор Института  
цифровых технологий и экономики

\_\_\_\_\_  
Торкунова Ю.В.